

MATHEMATIK LÖSUNGEN

Es werden nur ganze Punkte vergeben!

- Die Aufgabenserie umfasst 5 Aufgaben.
- Die Aufgaben werden wie folgt bewertet:

Aufgabe 1.1	2 Punkte
Aufgabe 1.2	4 Punkte
Aufgabe 2.1	3 Punkte
Aufgabe 2.2	4 Punkte
Aufgabe 3.1	4 Punkte
Aufgabe 3.2	2 Punkte
Aufgabe 4.1	3 Punkte
Aufgabe 4.2	3 Punkte
Aufgabe 5	5 Punkte
- Total sind 30 Punkte erreichbar.
- Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.
- Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 6) einzutragen.
- Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS-fähig und ohne numerischen Gleichungslöser!).
- Zeit: 120 Minuten.

Name/Vorname:

Prüfungsnummer

Z. Zt. besuchte Schule:

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 1**1.1 (2 Punkte)**

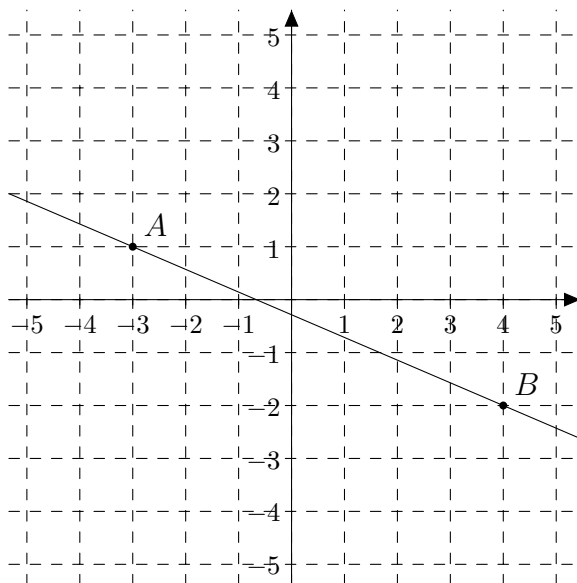
(a) Fülle die Lücken:

$$74135 \cdot 10^{-23} = 74.135 \cdot 10^{-20} = 0.74135 \cdot 10^{-18}$$

(b) Finde zwei natürliche Zahlen grösser 6, die zeigen, dass folgende Aussage falsch ist:
Das Produkt zweier Zahlen lässt sich durch 6 teilen. Dann lässt sich eine der beiden Zahlen selbst auch durch 6 teilen.

8, 9 oder 9, 10 ...

Je ein Punkt wird bei (a) und (b) bei vollständig richtiger Antwort vergeben.

1.2 (4 Punkte)

Gegeben sind die Punkte $A(-3; 1)$ und $B(4; -2)$.

- Finde die Gleichung der Geraden g , die durch A und B geht und zeichne sie sowie die beiden Punkte ins Koordinatensystem.
- An welcher Stelle schneidet diese Gerade g die x -Achse?
- Finde zwei weitere Punkte C und D , so dass die Punkte $ABCD$ ein Quadrat bilden.

Für (a) gibt es zwei Punkte, für (b) und (c) je einen Punkt.

- $y = -\frac{3}{7}x - \frac{2}{7}$. Ein Punkt für die Steigung, der zweite für den Rest. Die Punkte werden auch vergeben, wenn die Funktion vernünftig gerundet mittels Dezimalzahlen ($y = -0.4286x - 0.2857$, mind. 2 Stellen) geschrieben wird. Sollte die Skizze falsch oder unvollständig sein, wird der zweite Punkt nicht vergeben.
- $-\frac{3}{7}x - \frac{2}{7} = 0$ ergibt $x = -\frac{2}{3} = -0.667$. Wurde mit einer falschen Funktion aus (a), aber richtig gerechnet, wird der Punkt vergeben.
- $C(7; 5)$ und $D(0; 8)$. ($C(1; -9)$ und $D(-6; -6)$ wird auch akzeptiert). Der Punkt wird nur vergeben, wenn beide Punkte stimmen.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 2**2.1 (3 Punkte)**

- (a) Werte den folgenden Term an der Stelle
- $x = -3$
- aus:

$$T = \frac{-x^2 + 2}{x - 4} \Rightarrow \boxed{T = 1}$$

1 Punkt bei korrekter Antwort.

- (b) Vereinfache
- T
- soweit wie möglich:

$$\begin{aligned} T &= \frac{2x}{xy - y^2} + \frac{2y}{xy - x^2} - \frac{x + y}{xy} \\ T &= \frac{2x^2}{xy(x - y)} - \frac{2y^2}{xy(x - y)} - \frac{(x + y)(x - y)}{xy(x - y)} \\ T &= \frac{x^2 - y^2}{xy(x - y)} = \boxed{\frac{x + y}{xy}} \end{aligned}$$

2.2 (4 Punkte)

- (a) Welche
- $x \in \mathbb{R}$
- erfüllen die Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x - 2} &= \frac{9}{x^2 - 4} \\ x^2 - 4 &= 9x - 18 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ oder } \boxed{x = 7} \end{aligned}$$

oder

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 9 \Rightarrow x + 2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

- (b) Löse folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{cases} x + y = 43 \\ x \cdot y = 432 \end{cases}$$

$$x(43 - x) = 432 \Rightarrow x^2 - 43x + 432 = 0 \Rightarrow x = 16 \text{ oder } x = 27$$

Also $\boxed{x = 16 \text{ und } y = 27}$ oder $\boxed{x = 27 \text{ und } y = 16}$.

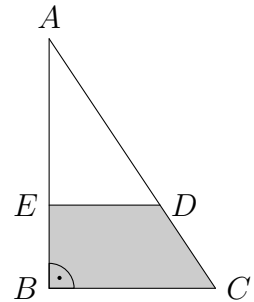
Für 2.1(b), 2.2.(a) und 2.2(b) gilt je: Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 3**3.1 (4 Punkte)** $|AC| = 45 \text{ cm}$, $|BC| = 27 \text{ cm}$, $|AE| = 20 \text{ cm}$

- (a) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes $BCDE$.
- (b) Die Figur wird so gestreckt, dass danach $|A'C'| = 60 \text{ cm}$ ist.
Um welchen Faktor vergrössert sich die Fläche des Trapezes?



(a)

$$|AB| = \sqrt{|AC|^2 - |BC|^2} = \sqrt{45^2 - 27^2} = 36$$

$$|DE| = |BC| \cdot \frac{|AE|}{|AB|} = 27 \cdot \frac{20}{36} = 15$$

$$\text{Fläche} = (|AB| - |AE|) \cdot \frac{|BC| + |DE|}{2} = (36 - 20) \cdot \frac{27 + 15}{2} = 336 \text{ cm}^2$$

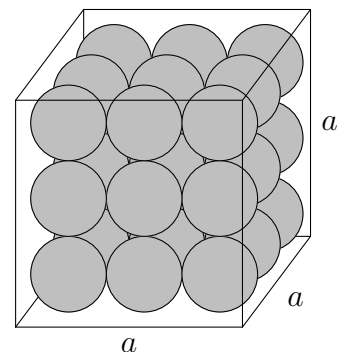
Je einen Punkt für jeden dieser drei Schritte (Pythagoras, Ähnlichkeit, Fläche).

- (b) $\frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{4}{3}$. Die Fläche vergrössert sich also mit dem Faktor $\frac{16}{9}$.

Einen Punkt für die richtige Antwort.

3.2 (2 Punkte)

Ein Würfel der Kantenlänge a ist mit 27 Kugeln gefüllt. Alle Kugeln haben die gleiche Grösse und berühren sich gegenseitig bzw. berühren den Würfel. Berechne die Gesamtoberfläche aller Kugeln und vereinfache den Term soweit möglich.

Der Radius einer Kugel ist $\frac{a}{6}$. Damit gilt für die Oberfläche:

$$O = 27 \cdot 4\pi \left(\frac{a}{6}\right)^2 = 27 \cdot 4\pi \cdot \frac{a^2}{36} = 3\pi a^2$$

Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 4**4.1 (3 Punkte)**

Die Reinheit des Goldes wird in Promille angegeben. Gold 750 bedeutet, dass von 1000 Gewichtsanteilen 750 Gold sind.

Ein Goldschmied erhält von einer Kundin einen Gold 585 Ring mit einem Gewicht von 20g und eine Gold 750 Kette mit einem Gewicht von 26g. Er soll aus den beiden Schmuckstücken einen Gold 916 Armreif herstellen. Wieviel reines Gold (= Gold 1000) muss er beim Herstellungsprozess dazu geben?

$$\frac{585}{1000} \cdot 20 + \frac{750}{1000} \cdot 26 = 31.2\text{g reines Gold und } 14.8\text{g anderes Metall} \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$\begin{aligned} \frac{31.2 + x}{31.2 + 14.8 + x} &= \frac{916}{1000} & 1 \text{ Punkt} \\ 31200 + 1000x &= 42136 + 916x \\ x &= 130.2 \end{aligned}$$

Der Goldschmied muss 130.2g reines Gold dazugeben.

1 Punkt

4.2 (3 Punkte)

Vertauscht man die beiden Ziffern x und y einer zweistelligen Zahl, so ist die Differenz der neuentstandenen Zahl und der ursprünglichen Zahl gerade fünf Mal so gross wie die Quersumme der Zahl. Wie lauten x und y ?

Differenz: $(10y + x) - (10x + y) = 9y - 9x$ 1 Punkt

Gleichung: $9y - 9x = 5(x + y) \Rightarrow 4y = 14x \Rightarrow 2y = 7x$ 1 Punkt

Lösung: Es kommen nur $x = 2$ und $y = 7$ in Frage. 1 Punkt
($x = 7$ und $y = 2$ wird auch akzeptiert.)

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

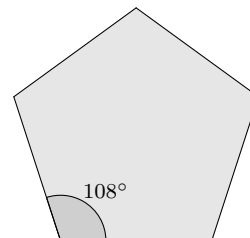
Aufgabe 5

Der Lösungsweg muss nicht angegeben werden; die Lösung muss nicht begründet sein.

5.1 (1 Punkt)

Der Innenwinkel eines regulären Fünfecks beträgt 108° .

Wie gross ist der Innenwinkel eines regulären Zehnecks?

Lösung: **144****5.2 (1 Punkt)**

Für welche dreistellige Zahl gelten folgende Bedingungen? Die letzte Ziffer ist das Dreifache der ersten Ziffer; die zweite Ziffer ist die Differenz aus dritter und erster Ziffer; die Summe der ersten beiden Ziffern ist gerade?

Lösung: **246****5.3 (1 Punkt)**

Wie gross kann die Summe zweier natürlicher Zahlen x und y höchstens sein, wenn $3x + 11y = 400$ ist.

Lösung: **128****5.4 (1 Punkt)**

Eine neun Meter hohe Fahnenstange ist durch einen Sturm umgeknickt worden. Die Spitze der Fahnenstange berührt genau drei Meter von ihrem Fuss entfernt den Boden. In welcher Höhe (in Meter) wurde die Fahnenstange abgeknickt?

Lösung: **4****5.5 (1 Punkt)**

Eine Stunde später ist es nur halb so lange bis Mitternacht wie zwei Stunden früher. Wie viel Uhr ist es?

Lösung: **20**

8 wird auch akzeptiert.