

MATHEMATIK LÖSUNGEN

Es werden nur ganze Punkte vergeben!

- Die Aufgabenserie umfasst 5 Aufgaben.
- Die Aufgaben werden wie folgt bewertet:

Aufgabe 1.1	2 Punkte
Aufgabe 1.2	4 Punkte
Aufgabe 2.1	3 Punkte
Aufgabe 2.2	4 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	3 Punkte
Aufgabe 4.1	3 Punkte
Aufgabe 4.2	3 Punkte
Aufgabe 5	5 Punkte
- Total sind 30 Punkte erreichbar.
- Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.
- Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 6) einzutragen.
- Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS-fähig und ohne numerischen Gleichungslöser!).
- Zeit: 120 Minuten.

Name/Vorname:

Prüfungsnummer

Z. Zt. besuchte Schule:

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 1**1.1 (2 Punkte)**

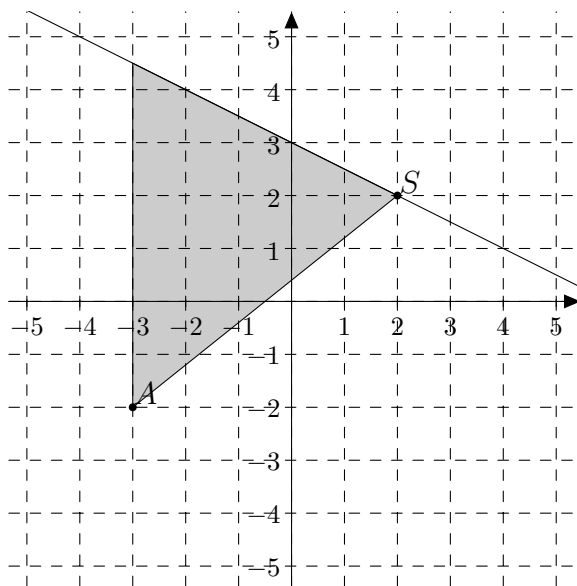
- (a) Füge jeweils das richtige Zeichen (
- $<$
- ,
- $=$
- ,
- $>$
-) zwischen den beiden Zahlen ein.

$$\begin{array}{rcl}
 5.2 \cdot 10^{110} & = & 520 \cdot 10^{108} \\
 \hline
 437 \cdot 10^{33} & < & 2.18 \cdot 10^{36} \\
 \hline
 0.357 \cdot 10^{-17} & < & 52.4 \cdot 10^{-19}
 \end{array}$$

- (b) Finde zwei Primzahlen, die zeigen, dass folgende Aussage wahr ist:
- Die Summe zweier Primzahlen kann selber wieder eine Primzahl sein.*

2, 3 oder 2, 5 oder 2, 11 ...

Je ein Punkt wird bei (a) und (b) bei vollständig richtiger Antwort vergeben.

1.2 (4 Punkte)

- (a) Zeichne den Graphen der Funktion $f: y = -\frac{1}{2}x + 3$.
- (b) Eine horizontale durch A gehende Gerade schneidet die Gerade aus (a) im Punkt R. Finde dessen x-Koordinate.
- (c) Gegeben sei der Punkt $S(2; 2)$. Eine vertikale durch A gehende Gerade schneidet die Gerade aus (a) im Punkt T. Welche Fläche hat das Dreieck $\triangle AST$?

Für (a) und (b) gibt es einen Punkt, für (c) zwei Punkte.

- (a) Der Punkt wird nur vergeben, wenn der Graph ganz richtig eingezeichnet ist. Nur Steigung oder nur y-Achsenabschnitt richtig ergibt keinen Punkt.
- (b) $-\frac{1}{2}x + 3 = -2$ ergibt $x = 10$.
- (c) Länge der Höhe: $2 - (-3) = 5$. Länge der Grundlinie: $f(-3) - (-2) = 6.5$. Somit $A = 16.25$. Ist die Fläche falsch, aber die Länge einer oder sogar beider benötigten Strecken korrekt, dann gibt es einen Punkt.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 2**2.1 (3 Punkte)**(a) Ermittle die Lösungsmenge für x der folgenden Gleichung:

$$\frac{x}{2x-1} = a \quad \Rightarrow \quad x = 2ax - a \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{a}{2a-1}}$$

1 Punkt bei korrekter Antwort.

(b) Vereinfache T soweit wie möglich:

$$\begin{aligned} T &= \frac{u-3v}{u^2-v^2} \cdot \frac{u+v}{u} + \frac{3uv-v^2}{u^2-2uv+v^2} : \frac{v^2}{u-v} \\ T &= \frac{u-3v}{u(u-v)} + \frac{3u-v}{v(u-v)} \\ T &= \frac{uv-3v^2}{uv(u-v)} + \frac{(3u^2-uv)}{uv(u-v)} = \frac{3u^2-3v^2}{uv(u-v)} = \boxed{\frac{3(u+v)}{uv}} \end{aligned}$$

2.2 (4 Punkte)Welche $x \in \mathbb{R}$ erfüllen die Gleichung in (a)? Welche $x, y \in \mathbb{R}$ erfüllen das Gleichungssystem in (b)?

$$(a) \quad \frac{7x-51}{x^2-9} - \frac{5}{x-3} = \frac{-4}{x+3}$$

$$\frac{7x-51}{x^2-9} - \frac{5x+15}{x^2-9} = \frac{-4x+12}{x^2-9} \quad \Rightarrow \quad 7x-51-5x-15 = -4x+12 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=13}$$

$$(b) \quad \begin{cases} 3x-4y=23 \\ 7x+3y=103 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x-12y=69 \\ 28x+12y=412 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 37x=481 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=13 \text{ und } y=4}$$

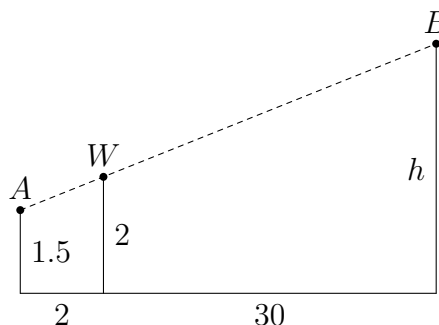
Für 2.1(b), 2.2.(a) und 2.2(b) gilt je: Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 3**3.1 (3 Punkte)**

Um die Höhe h eines Baums zu bestimmen, stellt Alice sich auf ebenem Gelände 2 m neben einen Wegweiser, der sich wiederum 30 m vom Baum entfernt befindet. In gerader Linie sieht sie (Augenhöhe 1.5 m) nun die Spitze des 2 m hohen Wegweisers W und direkt dahinter die Spitze des Baums B . Wie hoch ist der Baum?



Gleichung: $\frac{0.5}{2} = \frac{h-1.5}{32}$

1 Punkt

Lösung: $h = 9.5$ m

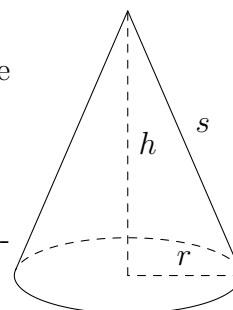
2 Punkte

Wurde bei der Berechnung von h ein Fehler gemacht oder wurde die Berechnung grösstenteils aber nicht vollständig durchgeführt, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht, wird dafür kein Punkt vergeben.

3.2 (3 Punkte)

Die Höhe eines geraden Kreiskegels misst $h = 16$ cm, die Mantellinie $s = 18$ cm.

- Berechne das Volumen des Kreiskegels.
- Wie gross ist das Volumen eines ähnlichen Kegels, dessen Mantellinie 3 mal so lang ist?



(a) $r = \sqrt{s^2 - h^2} = 8.25$ cm.
 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 1139.4$ cm³.

1 Punkt

1 Punkt

(b) $V' = 27V = 30'762.5$ cm³.

1 Punkt

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 4**4.1 (3 Punkte)**

Zwei Geschwister, die sich um ein Jahr im Alter unterscheiden, sammeln an einem Fest für einen guten Zweck Münzen. Am Schluss des Tages stellen sie fest, dass sie keine Fünfräppler und Fünfliber erhalten haben, aber von den anderen Münzen die Anzahl von der kleinsten zur grössten Münze immer genau um eins abnimmt. Ferner entspricht der Gesamtbetrag aller Münzen in Franken genau dem 10-fachen ihres gemeinsamen Alters und der Gesamtbetrag aller Münzen ohne die Zweifränkler genau dem 10-fachen des Alters vom jüngeren Geschwister. Wie viele Münzen haben die beiden Geschwister gesammelt?

$$0.1x + 0.2(x - 1) + 0.5(x - 2) + (x - 3) + 2(x - 4) = 10(y + y + 1) \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$0.1x + 0.2(x - 1) + 0.5(x - 2) + (x - 3) = 10y \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$3.8x - 12.2 = 20y + 10$$

$$1.8x - 4.2 = 10y$$

Die Lösung dieses Systems ist: $x = 69$, $y = 12$.

Somit haben sie $x + (x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + (x - 4) = 335$ Münzen. 1 Punkt

Bei der Punkteverteilung liegt der Fokus beim Übersetzen des Textes in Gleichungen.

4.2 (3 Punkte)

In einem Quadrat wird eine Seite um 1 verlängert und eine Seite um 1 reduziert, so dass ein Rechteck entsteht, dessen Diagonale $\frac{5}{4}$ so lang ist wie diejenige vom Quadrat. Wie lang und breit ist das Rechteck?

$$\frac{5}{4}\sqrt{2}x = \sqrt{(x - 1)^2 + (x + 1)^2}$$

$$\frac{25}{8}x^2 = 2x^2 + 2$$

$$x = \frac{4}{3} \approx 1.33$$

Das Rechteck hat somit die Seiten: $1.33 + 1 \approx 2.33$ und $1.33 - 1 \approx 0.33$

1 Punkt für die Gleichung, 1 Punkt für x und ein Punkt für die Seitenlängen des Rechtecks.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 5

Der Lösungsweg muss nicht angegeben werden; die Lösung muss nicht begründet sein.

5.1 (1 Punkt)

Bei der Zahl 134 268 ist der zweite „Block“ (268) gerade das Doppelte des ersten „Blocks“ (134). Wie viele sechstellige Zahlen mit dieser Eigenschaft gibt es?

Lösung:

400**5.2 (1 Punkt)**

Bei einem Fussballspiel gibt es für einen Sieg 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für eine Niederlage 0 Punkte. Die aktuelle Tabelle in einer Liga sieht man rechts. Beispiel: Ajax hat in 5 Spielen 9 Punkte gewonnen.

1.	Dynamo	5/10
2.	Ajax	5/9
3.	FCK	5/8
4.	Standard	5/5
5.	Inter	5/4
6.	Slavia	5/3

Wie viele Spiele endeten unentschieden?

Lösung:

6**5.3 (1 Punkt)**

Auf einer Bank sitzen Leute, wobei jeder 80 cm für sich beanspruchen kann. Nach einer Weile kommt noch eine weitere Person hinzu, wonach jedem nur noch 70 cm bleiben. Wie lang ist die Bank?

Lösung:

560 cm**5.4 (1 Punkt)**

Nur eine der drei Personen sagt die Wahrheit. Wer?

Paul sagt: „Max lügt“

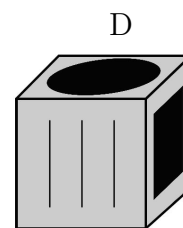
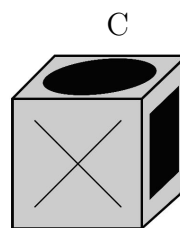
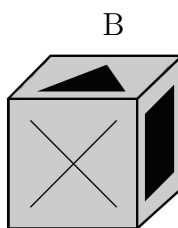
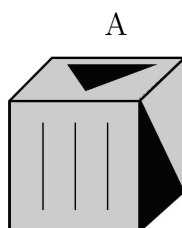
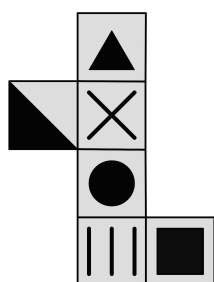
Max sagt: „Otto lügt“

Otto sagt: „Max und Paul lügen“

Lösung:

Max**5.5 (1 Punkt)**

Welches der vier Schrägbilder passt nicht zur Abwicklung?



Lösung:

C