

MATHEMATIK LÖSUNGEN

Es werden nur ganze Punkte vergeben!

- Die Aufgabenserie umfasst 5 Aufgaben.
- Die Aufgaben werden wie folgt bewertet:

Aufgabe 1.1	2 Punkte
Aufgabe 1.2	4 Punkte
Aufgabe 2.1	3 Punkte
Aufgabe 2.2	4 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	3 Punkte
Aufgabe 4.1	3 Punkte
Aufgabe 4.2	3 Punkte
Aufgabe 5	5 Punkte
- Total sind 30 Punkte erreichbar.
- Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.
- Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 6) einzutragen.
- Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS-fähig und ohne numerischen Gleichungslöser!).
- Zeit: 120 Minuten.

Name/Vorname:

Prüfungsnummer

Z. Zt. besuchte Schule:

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 1**1.1 (2 Punkte)**

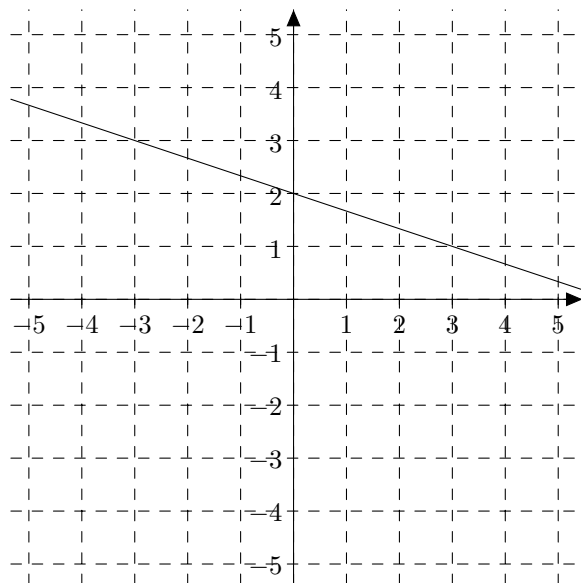
(a) Berechne mit dem Taschenrechner:

$$2.785 \cdot 10^{-23} \cdot \frac{7.125 \cdot 10^{32} + 9.124 \cdot 10^{30}}{4.325 \cdot 10^{42}} = 4.647 \cdot 10^{-33}$$

(b) Wahr oder falsch? Zutreffendes ankreuzen.

	wahr	falsch
Die Summe zweier irrationaler Zahlen ist immer wieder irrational.		X
Zu jeder Primzahl gibt es eine noch grössere Primzahl.	X	

Je ein Punkt wird bei (a) und (b) bei vollständig richtiger Antwort vergeben.

1.2 (4 Punkte)

- (a) Zeichne den Graphen der Funktion $f : y = -\frac{1}{3}x + 2$.
- (b) Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck, das vom Graphen der Funktion f sowie den beiden Koordinatenachsen begrenzt wird?
- (c) Gegeben sei zusätzlich die Funktion $g : y = mx - 4$. Welchen Wert muss m haben, damit sich f und g an der Stelle $x = 7$ schneiden?

Für (a) und (b) gibt es je einen Punkt, für (c) zwei Punkte.

- (a) Der Graph muss richtig eingezeichnet sein, Steigung und y -Achsenabschnitt müssen stimmen.
- (b) Nullstelle bei 6, y -Achsenabschnitt bei 2, ergibt $A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$.
- (c) $m = \frac{11}{21} \approx 0.524$. Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 2**2.1 (3 Punkte)**(a) Bestimme T :

$$\frac{41ab^5}{37a^2d^4} = \frac{779a^3b^9}{T} \quad \Rightarrow \quad T = 703a^4b^4d^4$$

1 Punkt bei korrekter Antwort.

(b) Vereinfache T soweit wie möglich:

$$T = \frac{7r^2s}{12(r-s)} \cdot \frac{(2s-2r)^2}{21rs^2} = \frac{r(r-s)}{9s}$$

2.2 (4 Punkte)(a) Welche $x \in \mathbb{R}$ erfüllen die Gleichung unter Berücksichtigung der Definitionsmenge:

$$\frac{x^2 - 4x}{x - 3} = \frac{6 - x}{3 - x}$$

$$x^2 - 4x = x - 6 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq 3 \text{ oder } \boxed{x = 2}$$

(b) Welche $x, y \in \mathbb{R}$ erfüllen das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 5x - 4y = 28 \\ 4x - 3y = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x - 16y = 112 \\ 20x - 15y = 115 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad y = 3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 8 \text{ und } y = 3}$$

Für 2.1(b), 2.2.(a) und 2.2(b) gilt je: Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

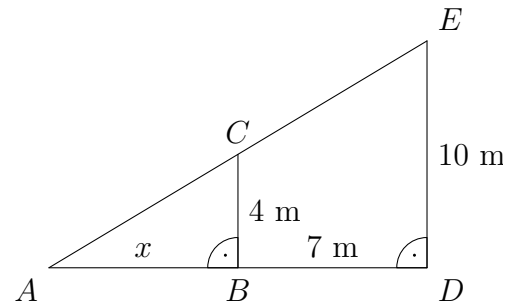
Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 3**3.1 (3 Punkte)** $|BC| = 4 \text{ m}$, $|BD| = 7 \text{ m}$, $|DE| = 10 \text{ m}$

(Skizze nicht massstäblich)

- (a) Berechne die Länge der Strecke AB .
- (b) In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der beiden ähnlichen Dreiecke?



(a)

$$\begin{aligned}\frac{x}{x+7} &= \frac{4}{10} \\ 10x &= 4x + 28 \\ x &= \frac{14}{3} \approx 4.667 \text{ m}\end{aligned}$$

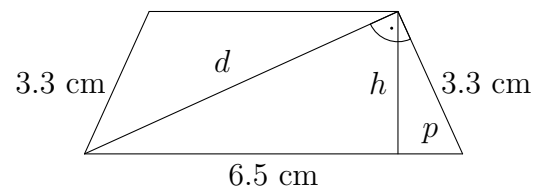
Einen Punkt für eine korrekte Verhältnisgleichung, einen Punkt für die richtige Auflösung.

- (b) Seitenverhältnis gleich
- $10 : 4 = 5 : 2$
- . Flächenverhältnis gleich
- $25 : 4 = (100 : 16)$
- .

Einen Punkt für die richtige Antwort.

3.2 (3 Punkte)

Berechne den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes.



$$p = \frac{3.3^2}{6.5} = 1.675$$

$$h = \sqrt{p \cdot (6.5 - p)} = 2.843$$

$$A = (6.5 - p) \cdot h = 13.717 \text{ cm}^2$$

oder

$$d = \sqrt{6.5^2 - 3.3^2} = 5.6$$

$$h = \frac{d \cdot 3.3}{6.5} = 2.843$$

$$A = \sqrt{d^2 - h^2} \cdot h = 13.717 \text{ cm}^2$$

Je einen Punkt für jeden dieser drei Schritte.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 4**4.1 (3 Punkte)**

Eine Person hat im Internet ein Spiel 532 Mal gespielt und von diesen 515 Spiele gewonnen. Die Anzeige im Spiel gibt deshalb unter „gewonnen“ den Wert 97% an. Wie viele Spiele in Prozent hat die Person exakt gewonnen und wie viele Spiele muss sie – ohne ein einziges zu verlieren – mindestens noch spielen, damit die Anzeige 98% anzeigt?

Lösungsvorschlag: Die Person hat exakt $100 \cdot \frac{515}{532} = 96.8\%$ der Spiele gewonnen. 1 Punkt

Es sei x die Anzahl Spiele, die er spielt. Die Anzeige wechselt auf 98%, wenn er 97.5% oder mehr Spiele gewonnen hat:

$$\begin{aligned}\frac{515 + x}{532 + x} &= 0.975 & 1 \text{ Punkt} \\ 515 + x &= 518.7 + 0.975x \\ x &= 148\end{aligned}$$

Die Person muss noch 148 Mal erfolgreich spielen ohne zu verlieren. 1 Punkt

4.2 (3 Punkte)

In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 41 cm. Die beiden Katheten unterscheiden sich um 31 cm. Wie lange sind die beiden Katheten?

Lösungsvorschlag: Wir haben folgende zwei Gleichungen:

1. $a^2 + b^2 = 41^2$
2. $a + 31 = b$

2. eingesetzt in 1. ergibt:

$$\begin{aligned}a^2 + (a + 31)^2 &= 41^2 & 1 \text{ Punkt} \\ a^2 + a^2 + 62a + 961 &= 1681 \\ 2a^2 + 62a - 720 &= 0 & 1 \text{ Punkt}\end{aligned}$$

Mit der Auflösungsformel der quadratischen Gleichung folgt $a_1 = 9$ und $a_2 = -40$.

–40 kann nicht die gesuchte Lösung sein. Also messen die beiden Katheten $a = 9$ cm und $b = 40$ cm. 1 Punkt

Name, Vorname:

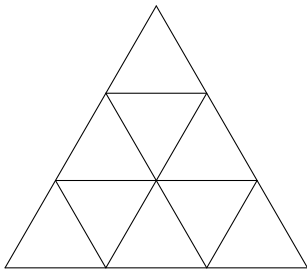
Prüfungsnummer:

Aufgabe 5

Der Lösungsweg muss nicht angegeben werden; die Lösung muss nicht begründet sein.

5.1 (1 Punkt)

Wie viele Dreiecke enthält die Figur?

Lösung: **13****5.2 (1 Punkt)**

In einem Hafen verlassen vier Schiffe gleichzeitig den Hafen. Es ist bekannt, dass das erste Schiff alle 3 Wochen in diesen Hafen zurückkehrt, das zweite Schiff alle 4 Wochen, das dritte alle 5 Wochen und das vierte alle 6 Wochen. Wann treffen alle Schiffe das erste Mal wieder in diesem Hafen zusammen?

Lösung: **60****5.3 (1 Punkt)**

Die erste Zahl einer Zahlenfolge ist 3. Jede Zahl der Folge ist um 1 grösser als die Hälfte der nächsten Zahl. Wie heisst die fünfte Zahl der Folge?

Lösung:

18**5.4 (1 Punkt)**

Für welche Seitenlänge ist die Oberfläche eines Würfels in Quadratzentimetern gleich gross wie das Volumen des Würfels in Kubikzentimetern?

Lösung: **6****5.5 (1 Punkt)**

Der 2. Februar im Jahr 2000 enthielt nur **gerade Ziffern** im Datum (2.2.2000). Wann ist dies das letzte Mal vor heute vorgekommen?

Lösung:

28.08.2008