

MATHEMATIK LÖSUNGEN

Es werden nur ganze Punkte vergeben!

- Die Aufgabenserie umfasst 5 Aufgaben.
- Die Aufgaben werden wie folgt bewertet:

Aufgabe 1.1	2 Punkte
Aufgabe 1.2	3 Punkte
Aufgabe 2.1	3 Punkte
Aufgabe 2.2	3 Punkte
Aufgabe 3.1	3 Punkte
Aufgabe 3.2	2 Punkte
Aufgabe 4.1	3 Punkte
Aufgabe 4.2	2 Punkte
Aufgabe 5.1	1 Punkt
Aufgabe 5.2	1 Punkt
Aufgabe 5.3	1 Punkt
Aufgabe 5.4	1 Punkt
- Total sind 25 Punkte erreichbar.
- Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.
- Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 6) einzutragen.
- Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS-fähig und ohne numerischen Gleichungslöser!).
- Zeit: 120 Minuten.

Name/Vorname:

Prüfungsnummer

Z. Zt. besuchte Schule:

Name, Vorname: _____

Prüfungsnummer: _____

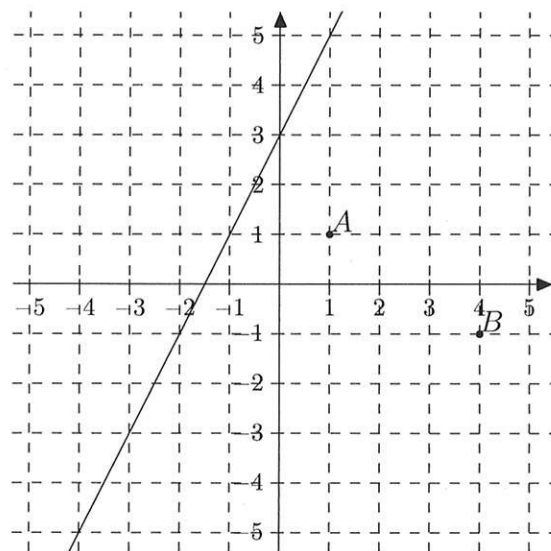
Aufgabe 1**1.1 (2 Punkte)**

(a) Berechne: $(2.1 \cdot 10^{510}) \cdot (3.7 \cdot 10^{520}) = \underbrace{7.77 \cdot 10^{1030}}_{1 \text{ Punkt}}$

(b) Ordne die Zahlen nach ihrer Grösse. Beginne mit der kleinsten.

$$75.9 \cdot 10^{10} < 4.22 \cdot 10^{12} < 659.2 \cdot 10^{10} < 0.25 \cdot 10^{14}$$

Der Punkt wird nur vergeben, wenn alle Zahlen richtig zugeordnet wurden.

1.2 (3 Punkte)

- (a) Zeichne den Graphen der Funktion $f: y = 2x + 3$
- (b) Welchen Wert muss x haben, damit $C(x; -20)$ auf dem Graphen obiger Funktion liegt?
- (c) Wie lautet die Gleichung der Geraden g , die durch A und B geht?

Für jede Teilaufgabe gibt es einen Punkt.

- (a) Der Punkt wird nur vergeben, wenn der Graph ganz richtig eingezeichnet ist. Nur Steigung oder nur y -Achsenabschnitt richtig ergibt keinen Punkt.
- (b) $2x + 3 = -20$ ergibt $x = -11.5$.
- (c) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. Der Punkt wird nur vergeben, wenn die Funktion ganz richtig ist. Jedoch wird der Punkt auch vergeben, wenn die Funktion vernünftig gerundet mittels Dezimalzahlen ($y = -0.67x + 1.67$, mind. 2 Stellen) geschrieben wird. Alternative Schreibweisen wie $g(x) = \dots$ oder $g: y = \dots$ sind natürlich auch richtig.

Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 2**2.1 (3 Punkte)**Vereinfache T soweit wie möglich:

$$(a) T = (a-b)^2 - (a+b)^2 + (a+b)(a-b) + 4ab \quad (b) T = \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+2}\right) : \left(\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x}\right)$$

$$(a) a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 + a^2 - b^2 + 4ab = a^2 - b^2 \quad 1 \text{ Punkt}$$

(b)

$$\frac{\frac{2}{x} - \frac{1}{x+2}}{\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x}} = \frac{2(x+2) - x}{2x - (x+2)} = \frac{x+4}{x-2}$$

oder

$$\left(\frac{2(x+2) - x}{x(x+2)}\right) : \left(\frac{2x - (x+2)}{x(x+2)}\right) = \left(\frac{2(x+2) - x}{x(x+2)}\right) \cdot \left(\frac{x(x+2)}{2x - (x+2)}\right) = \frac{x+4}{x-2}$$

Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

2.2 (3 Punkte)Bestimme die Lösungsmenge aus \mathbb{R} der Gleichung:

$$\frac{x^2}{x+1} + \frac{1}{x+2} = x$$

$$x^2(x+2) + x + 1 = x(x+1)(x+2) \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$x^3 + 2x^2 + x + 1 = x^3 + 3x^2 + 2x$$

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

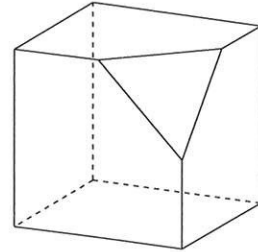
Name, Vorname: _____

Prüfungsnummer: _____

Aufgabe 3**3.1 (3 Punkte)**

Von einem Holzwürfel mit der Kantenlänge 10 wird eine Ecke so abgeschnitten, dass jeweils die halbe Kante erhalten bleibt.

Berechne die Oberfläche des entstehenden Körpers.



$$3 \text{ ganze und } 3 \text{ „angenagte“ Seiten: } 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot \frac{7}{8} \cdot 10^2 = 300 + 262.5 = 562.5 \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$\text{Seitenlänge des Dreiecks: } \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{2} \cdot 5 \approx 7.071 \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$\text{Höhe des Dreiecks: } \sqrt{(\sqrt{2} \cdot 5)^2 - \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 5}{2}\right)^2} = \sqrt{50 - \frac{50}{4}} = \sqrt{\frac{75}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 5 \approx 6.124$$

$$\text{Gesamte Fläche: } 562.5 + \frac{\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 5}{2} = 562.5 + \frac{\sqrt{3} \cdot 25}{2} \approx 584.151 \quad 1 \text{ Punkt}$$

3.2 (2 Punkte)

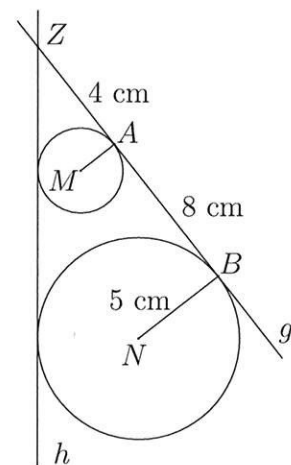
Die beiden Tangenten an die zwei Kreise schneiden sich im Punkt Z . Die beiden Berührungspunkte A und B liegen 8 cm auseinander. (Skizze nicht massstäblich)

(a) Berechne den Radius des kleinen Kreises.

(b) In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der beiden Kreise?

$$(a) \frac{x}{4 \text{ cm}} = \frac{5 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{5}{3}}_{1.667} \text{ cm} \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$(b) \text{Verhältnis der Radien: } 1 : 3 \\ \text{Verhältnis der Flächeninhalte: } 1 : 9 \quad 1 \text{ Punkt}$$



Name, Vorname:

Prüfungsnummer:

Aufgabe 4**4.1 (3 Punkte)**

Ein Handwerker versichert seine Werkstatt und seine Wohnung gegen Feuer- und Wassertschäden. Die Versicherungsprämie für die Werkstatt beträgt 0.8‰, für die Wohnung 0.45‰ des Versicherungswertes. Total beträgt der Versicherungswert von Werkstatt und Wohnung 750 000 CHF, die Prämie 421.50 CHF. Wie gross ist der Versicherungswert der Werkstatt?

	Werkstatt	Wohnung	ganzes Haus	
Versicherungswert	x	$750\,000 - x$	$750\,000$	
Prämie in ‰:	0.8‰	0.45‰		
Prämie in CHF:	$\frac{x \cdot 0.8}{1000}$	$\frac{(750\,000 - x) \cdot 0.45}{1000}$	421.50	Aufstellung 1 Punkt
Gleichung:	$\frac{x \cdot 0.8}{1000} + \frac{(750\,000 - x) \cdot 0.45}{1000} = 421.50$			Gleichung 1 Punkt
	$0.8x + 337\,500 - 0.45x = 421\,500$			
	$0.35x = 84\,000$			
	$x = 240\,000 \text{ CHF}$			Resultat 1 Punkt

4.2 (2 Punkte)

Ein Passagierschiff startet eine Kreuzfahrt mit 348 Personen an Bord. Der Lebensmittelvorrat reicht bei dieser Besetzung für 18 Tage. Nach sechs Tagen werden jedoch weitere Personen an Bord genommen, wodurch der Vorrat nur noch für 9 weitere Tage ausreicht.

Wie viele Personen wurden nach 6 Tagen zusätzlich aufgenommen?

Nach 6 Tagen reicht es also noch für 12 Tage.

$$348 \cdot 12 = x \cdot 9 \quad x = 464$$

Es wurden also $464 - 348 = 116$ Personen aufgenommen.

Wurde ein Fehler gemacht oder wurde die Aufgabe grösstenteils aber nicht vollständig gelöst, wird ein Punkt abgezogen. Wurden zwei Fehler gemacht oder wurde mit der Aufgabe nur ansatzweise begonnen, wird kein Punkt vergeben.

Name, Vorname: _____

Prüfungsnummer: _____

Aufgabe 5

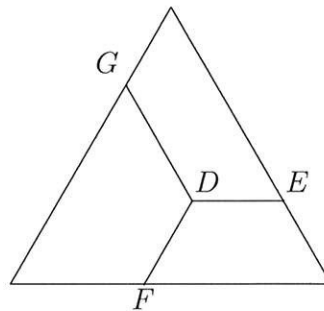
Der Lösungsweg muss nicht angegeben werden; die Lösung muss nicht begründet sein.

5.1 (1 Punkt)

Aus Bleikugeln mit Radius 1 mm möchte man eine einzige Kugel mit Radius 1 dm herstellen.
Wie viele kleinere Kugeln braucht man?

Lösung: **5.2 (1 Punkt)**

Die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks beträgt 10. Der Punkt D im Innern des Dreiecks ist beliebig gewählt. Die Strecken DE , DF und DG sind parallel zu je einer Dreiecksseite. Welche Länge haben die Strecken DE , DF und DG zusammen?

Lösung: **5.3 (1 Punkt)**

Die n -te Zahl einer Zahlenfolge ist gleich der Summe der ersten n Primzahlen. Die ersten Zahlen der Folge lauten folglich 2, 5, 10, 17, 28, 41, ...

Welches ist die nächste Zahl?

Lösung: **5.4 (1 Punkt)**

Wie viele Diensttage kann der Monat Februar höchstens haben?

Lösung: