1 a)
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- Nullstellen: $4 \cdot (3x-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$
- Asymptoten $x = 0$ (Definitionslücke)

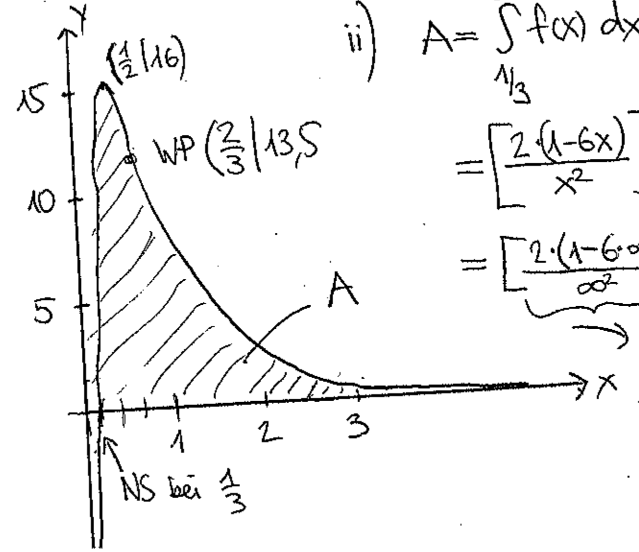
  $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ (waagrechte Asympt.)
- Extrema: $f'(x) = 0$ für $-12 \cdot (2x-1) = 0$

  $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 16 \Rightarrow HP(\frac{1}{2}|16)$
- Wendepunkte: $f''(x) = 0$ für $24 \cdot (3x-2) = 0$

  $\Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = 13{,}5 \Rightarrow WP(\frac{2}{3}|13{,}5)$

b)
$$F'(x) = \frac{2 \cdot (-6) \cdot x^2 - 2x \cdot 2(1-6x)}{x^4} = \frac{-12x^2 - 4x + 24x^2}{x^4}$$
$$= \frac{12x^2 - 4x}{x^4} = \frac{4x(3x-1)}{x^4} = \frac{4(3x-1)}{x^3} = f(x)$$

c) i)



ii)
$$A = \int_{1/3}^{\infty} f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_{1/3}^{\infty}$$
$$= \left[\frac{2 \cdot (1-6x)}{x^2}\right]_{1/3}^{\infty}$$
$$= \left[\underbrace{\frac{2 \cdot (1-6 \cdot \infty)}{\infty^2}}_{\to 0}\right] - \left[\frac{2 \cdot (1-6 \cdot \frac{1}{3})}{(\frac{1}{3})^2}\right]$$
$$\downarrow$$
$$A = 18$$

1 d)
$$f'(\tfrac{2}{3}) = \frac{-12(2 \cdot \frac{2}{3} - 1)}{(\frac{2}{3})^4} = \frac{-81}{4} = -20{,}25 = m$$

$\Rightarrow$ Ansatz $y = -20{,}25\,x + q$

setze $(\frac{2}{3}|13{,}5)$ ein (Wendepunkt)

$$13{,}5 = -20{,}25 \cdot (\tfrac{2}{3}) + q$$
$$27 = q$$

$\Rightarrow y = -20{,}25x + 27$

② a) i) Gerade (AB): $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix}$

$(AB) \cap g: \left| \begin{array}{rcl|l} 2t &=& -7+5s & ① \\ 4-6t &=& 5-5s & ② \\ 7+10t &=& 16+3s & ③ \end{array} \right.$

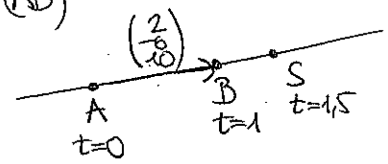
①+② $\quad 4-4t = -2$

$-4t = -6 \quad \Rightarrow t = 1{,}5$ } erfüllen alle Gleichungen

$\Rightarrow s = 2$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(3|-5|22)}}$

ii) (AB)



$\Rightarrow$ S liegt <u>nicht</u> zwischen A und B

b) $\Delta_{ABC} = \frac{1}{2}|\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -17 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix}\right|$

$= \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} -128 \\ -176 \\ -80 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128^2 + 176^2 + 80^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{53760} = \underline{\underline{115{,}93}}$

c) $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} -128 \\ -176 \\ -80 \end{pmatrix} \underset{:(-16)}{\parallel} \begin{pmatrix} 8 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix} = \vec{n}$

$\Rightarrow E_{ABC}: \quad 8x + 11y + 5z + D = 0 \quad | \hookrightarrow A(0|4|7)$

$0 + 44 + 35 + D = 0 \Rightarrow D = -79$

$E_{ABC} \quad \underline{\underline{8x + 11y + 5z - 79 = 0}}$

d) HNF: $E_1: \quad \frac{x+2y}{\sqrt{5}} = 0$

$A: \frac{0+8}{\sqrt{5}}$ (positiv)

$B: \frac{2-4}{\sqrt{5}}$ (negativ)

$\Rightarrow$ auf versch. $\underline{\underline{\text{Seiten}}}$

e) $E_k \cap g: \quad k \cdot (-7+5s) + (3k-1) \cdot (5-5s) = 0$

Löse nach s auf:

$-7k + 5sk + 15k - 15sk - 5 + 5s = 0$

$-10sk + 5s + 8k - 5 = 0$

$s(-10k+5) = 5 - 8k$

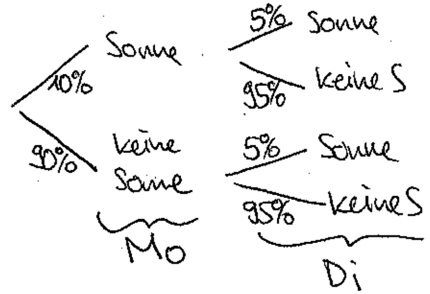
$s = \frac{5-8k}{-10k+5}$

$-10k+5$ darf nicht Null sein

$\Rightarrow$ für $\underline{\underline{k = \frac{1}{2}}}$

③ a) $5\% \cdot 20\% \cdot 40\% \cdot 50\% = \underline{\underline{0{,}2\%}}$

b)



$P(\text{genau ein Tag Sonne}) = \underbrace{10\% \cdot 95\%}_{0{,}095} + \underbrace{90\% \cdot 5\%}_{0{,}045} = \underline{\underline{14\%}}$

c) $P(\text{mind 1 Mo Sonne}) = 1 - P(\text{beide Mo keine Sonne})$

$= 1 - 90\% \cdot 20\% = \underline{\underline{82\%}}$

d) $B(6;0.8;4) = 0{,}2458 = \underline{\underline{24{,}6\%}}$

e) $\sum_{k=1}^{6} B(6;\underset{\uparrow \text{ P(Sonne scheint nicht)}}{0.2};k) = 1 - B(6;0.2;0)$ (Gegenwk)

$= 1 - \underbrace{B(6;0.8;6)}_{\text{immer Sonne}} = \underbrace{\sum_{k=0}^{5} B(6;0.8;k)}_{\text{höchstens 5 Mal Sonne}} = \underline{\underline{73{,}79\%}}$

f) ges.: n mit $\sum_{k=3}^{n} B(n;0.8;k) > 99{,}9\%$

Pröbeln:

n	6	7	8	9
P	98,3%	99,5%	99,87%	99,97%

$\Rightarrow$ mindestens $\underline{\underline{9 \text{ Tage}}}$

④ a) i) $\cos(\alpha) = \dfrac{\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{5}\cdot 1} = \dfrac{-2}{\sqrt{5}}$

$\alpha = \arccos\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right) = 153{,}43°$ bzw $\underline{\underline{26{,}57°}}$

ii) Abstand von M zu g:

$d(M,g) = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}13\\-4\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}\right|} = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}0\\0\\-22\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{5}} = \dfrac{22}{\sqrt{5}}$

$d(M,g) = 9{,}83 < 13 \Rightarrow$ $\boxed{\text{g schneidet den Kreis}}$

iii) $\underline{\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\9\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}}$

↖ denn $\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = 0$

b) i) HNF: $\dfrac{0+0+0-1}{\sqrt{3}} = \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$, also $\approx \underline{0{,}577}$

ii) $E \cap F$: $\underbrace{-2v}_{x} + \underbrace{v}_{y} + 5 + u - 3v - 1 = 0$

$u - 4v + 4 = 0$

Wähle zB. $u = 0 \Rightarrow v = 1 \Rightarrow P_1(-2|1|2) \in E$
$u = -4 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow P_2(0|0|1) \in F$

$\Rightarrow s: \underline{\underline{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}}}$

iii) z-Achse: Alle Punkte $\begin{pmatrix}0\\0\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + v\begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$

$\Rightarrow v = 0$, u kann bel. gewählt werden

$\Rightarrow \infty$ viele Lösungen $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{z-Achse} \subset F}}$

⑤ a) $K(0) = \underline{\underline{12}}$ Personen

b) $K'(t) = \dfrac{0 - 300 \cdot 24 \cdot (-0{,}1) \cdot e^{-0{,}1t}}{(1+24 \cdot e^{-0{,}1t})^2}$

$\Rightarrow K'(15) = \underline{\underline{3{,}9778}}$ $\dfrac{\text{Lernende}}{\text{Tag}}$

So viele Lernende pro Tag werden zum Zeitpunkt $t = 15$ momentan angesteckt.

c) $\lim\limits_{t \to \infty} K(t) = \dfrac{300}{1+24 \cdot \underbrace{e^{-0{,}1t}}} = \underline{\underline{300}}$

$\Rightarrow$ "$e^{-\infty}$" $=$ "$\dfrac{1}{e^{\infty}}$" $= 0$

Es können offenbar 300 Lernende angesteckt werden. Die anderen scheinen immun zu sein.

d) Gesucht ist der Wendepunkt.

$K''(t) = 0$ bei $\underline{\underline{t = 31{,}78 \text{ Tagen}}}$

$\Rightarrow (K(t) = 150)$

e) $\dfrac{300}{1+24e^{-0{,}1t}} = 200$ $\quad | :200 \cdot \text{Nenner}$

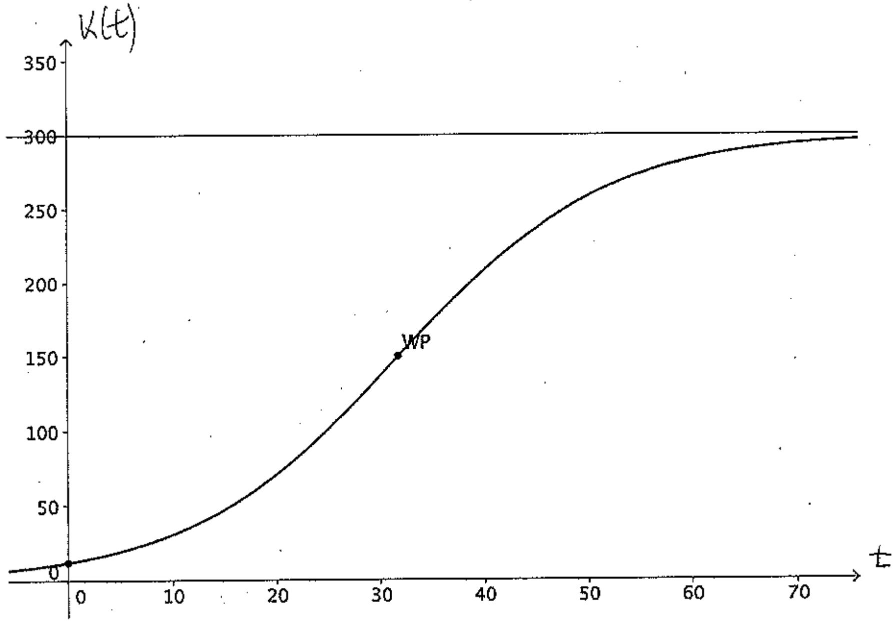
$1{,}5 = 1+24e^{-0{,}1t}$

$0{,}5 = 24e^{-0{,}1t}$

$\dfrac{1}{48} = e^{-0{,}1t}$ $\quad | \ln(\ldots)$

$\ln\left(\frac{1}{48}\right) = -0{,}1t$ $\quad | \cdot(-10)$

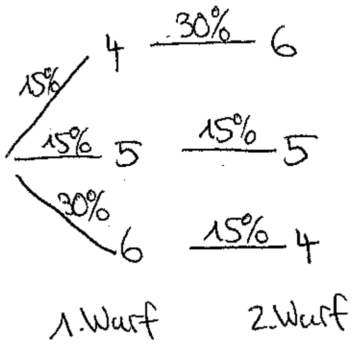
$38{,}71 = t$ $\rightarrow$ $\underline{\underline{\text{Nach } 38{,}7 \text{ Tagen}}}$



6 a) i)

Wurfzahl	1	2,3,4,5	6
P	10%	15% = 60%/4	30%

Augensumme 10 : geht nur mit $\begin{Bmatrix} 4/6 \\ 6/4 \end{Bmatrix}$ und 5/5



P(1.Wurf Sechs | Augensumme 10)

$$= \frac{30\% \cdot 15\%}{15\% \cdot 30\% + 15\% \cdot 15\% + 30\% \cdot 15\%}$$

$$= \frac{4{,}5\%}{11{,}25\%} = \underline{\underline{40\%}}$$

ii) X: Gewinn pro Spiel

X	20	10	−15
P	30%·30%	30%·15% + 15%·30%	(10%·15%)·4 + 15%·15% + 10%·10%
	0,09	0,09	0,0925
Summe	12	11	2,3,4
Würfe	6/6	5/6, 6/5	1/1, 1/2, 2/1, 1/3, 2/2, 3/1

$E(X) = 0{,}09 \cdot (20) + 0{,}09 \cdot (10) + 0{,}0925 \cdot (-15)$

$E(X) = \underline{\underline{1{,}31 \text{ Fr}}}$

Ich werde durchschnittlich Gewinn einfahren.

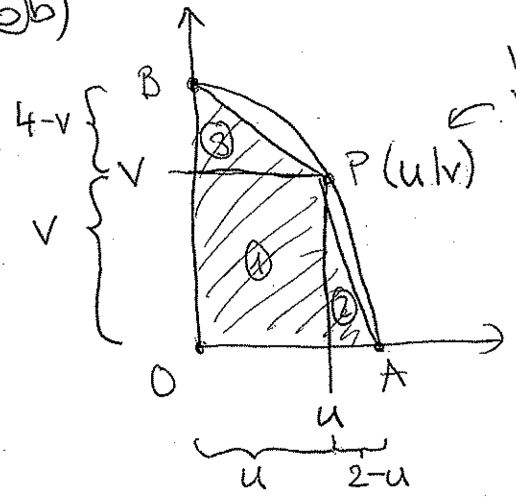
6 a) iii) fairer Würfel: $P(\text{Pasch}) = \underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}}_{\text{zwei Mal Gleiche Zahl}} \cdot \underbrace{6}_{\text{6 versch. Augenzahlen}} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

präparierter Würfel: P(Pasch) =

$$\underbrace{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}}_{\text{Pasch mit 1}} + \underbrace{4}_{2,3,4,5} \cdot \underbrace{(15\% \cdot 15\%)}_{\text{Pasch mit}} + \underbrace{30\% \cdot 30\%}_{\text{Pasch mit 6}} = \underline{\underline{0{,}19}}$$

Die Wahrscheinlichkeit ist mit einem präparierten Würfel tatsächlich grösser!

6b)



Koordinaten von P = Variablen (u|v)

$$\text{Fläche}_{OAPB} = ZF = \underbrace{u \cdot v}_{1} + \underbrace{\tfrac{1}{2}(2-u)\cdot v}_{2} + \underbrace{\tfrac{1}{2}u\cdot(4-v)}_{3}$$

$$= uv + v - \tfrac{1}{2}uv + 2u - \tfrac{1}{2}uv$$

$$= v + 2u$$

ZF: $F = v + 2u$ maximal

NB: $P(u|v) \in$ Graph $\Rightarrow$ $v = 4 - u^2$

$\hookrightarrow$ ZF $F = 4 - u^2 + 2u$

Maximum bei $F'(u) = -2u + 2 = 0$

$$\underline{u = 1}$$

$$\underline{\underline{v}} = 4 - 1^2 = \underline{\underline{3}}$$

$\Rightarrow$

Also $\underline{\underline{P(1|3)}}$