① a) i) $f'(x) = \dfrac{2x(x-1) - 1\cdot(x^2+k)}{(x-1)^2}$

$= \dfrac{2x^2 - 2x - x^2 - k}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \underline{\underline{\dfrac{x^2-2x-k}{(x-1)^2}}}$

ii) • $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

• $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x<1}} f(x) = \dfrac{\text{ca. } -2}{\to 0,\text{ negativ}} = \infty$

$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x>1}} f(x) = -\infty$

} Polstelle $x=1$

• Nullstellen $x^2-3=0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \approx \pm 1{,}73$

• $f'(x)=0$ wenn $x^2-2x+3=0$

$\Rightarrow x = \dfrac{+2 \pm \sqrt{4-12}}{2}$ ↯ $\Rightarrow$ keine Extrema

• $f''(x) = -\dfrac{4}{(x-1)^3} \neq 0$ für alle $x \Rightarrow$ keine WP

• $\dfrac{x^2-3}{x-1} = x+1-\dfrac{2}{x-1} \Rightarrow \underline{y=x+1}$ Asymptote

• Graph ↗

iii) wenn $f'(x)=0$ keine Lösung hat

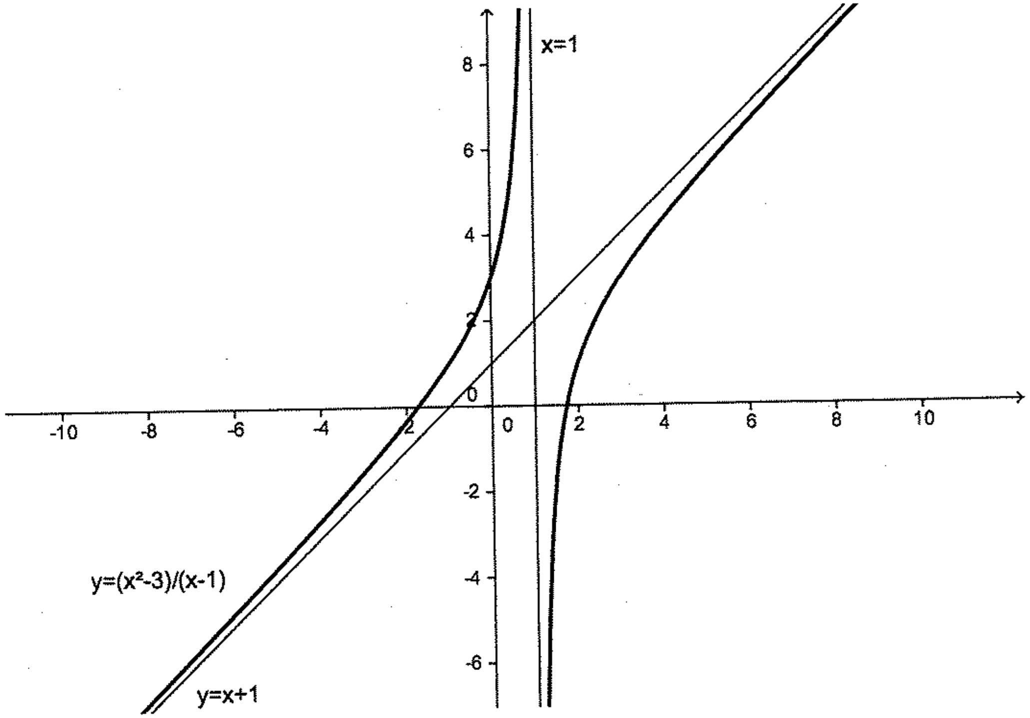
$x^2-2x-k=0$

$\Rightarrow x = \dfrac{+2 \pm \sqrt{4+4k}}{2} \Rightarrow 4+4k<0$

$4k<-4$

$\boxed{k<-1}$

Graph ① a) ii)



1) b) i) · Schnittpunkte $f_1 = f_2$

$$x^4 - 21.1x^2 + 42 = 0.7x^3 + 10.4x$$

$$\Rightarrow x = -3.5, -2, 1.2, 5$$

· Einzelne Flächenstücke:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{-3,5}^{-2} f_2 - f_1 \, dx = 17{,}28 \\ &\int_{-2}^{1,2} f_1 - f_2 \, dx = 88.626\ldots \\ &\int_{1,2}^{5} f_2 - f_1 \, dx = 314{,}435 \end{aligned}\right\} \text{Total } \underline{\underline{420.34}}$$

ii) $$\left.\begin{aligned} &f_1'(5) = 62{,}9 \\ &f_2'(5) = 289 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\alpha = \arctan(289) - \arctan(62{,}9) \\ &\underline{\underline{\alpha = 0{,}71°}} \end{aligned}$$

② a) $\vec{n} = \begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}10\\8\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\12\\6\end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}$

$-2x+2y+z+D=0 \quad | \hookrightarrow (1|0|1)$

$-2+0+1+D=0$

$D=1$

$\Rightarrow \boxed{-2x+2y+z+1=0}$

b) i) $\alpha = \arccos \dfrac{\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right|} = \arccos \dfrac{3}{3\cdot\sqrt{2}} = \underline{\underline{45°}}$

ii) setze g=h $\quad \begin{vmatrix} 1+2t = 10+s \\ t = 7+s \\ 1+2t = 5 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow t=2,\ s=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(5|2|5)}}$

c) • Seitenlänge: $|\vec{AD}| = \left|\begin{pmatrix}4\\2\\4\end{pmatrix}\right| = 6$

• Richtung von $\vec{AE} = \vec{AC} \times \vec{AD} = \begin{pmatrix}6\\6\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}4\\2\\4\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}24\\-24\\-12\end{pmatrix}$ hat Länge 36

• Länge: 6 $\rightarrow \begin{pmatrix}4\\-4\\-2\end{pmatrix} = \vec{AE}$

$\Rightarrow \vec{OE} = \vec{OA} \pm \vec{AE} = \begin{pmatrix}5\\2\\5\end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix}4\\-4\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\-2\\3\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\6\\7\end{pmatrix}$

1. Lösung: E(9|-2|3)

2. Lösung: E(1|6|7)

② d) • Ebene F ⊥ zu g durch P:

$2x+y+2z+D=0 \quad | P(8|8|-1)$

$16+8-2+D=0 \Rightarrow D=-22$

$\underline{F: 2x+y+2z-22=0}$

• Schneide F mit g: $(\rightarrow T$

$2(1+2t)+(t)+2(1+2t)-22=0$

$\Rightarrow t=2$

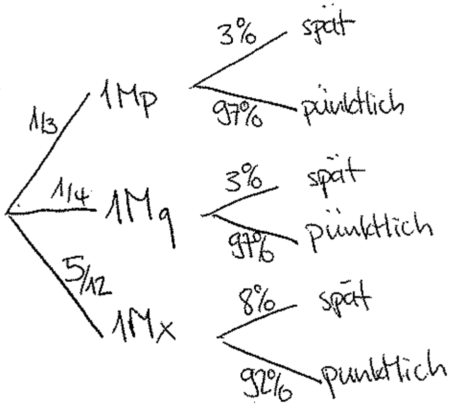
$\hookrightarrow \underline{\underline{T(5|2|5)}}$

• $|\vec{ST}| = |\vec{TP}| = \left|\begin{pmatrix}3\\6\\-6\end{pmatrix}\right| = 9$

$\Rightarrow$ da $\left|\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}\right| = 3$ muss $\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$ um ± 3 verlängert werden, um auf S zu kommen

$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} S_1(11|5|11) \\ S_2(-1|-1|-1) \end{matrix}}$ (wähle t=5 in g) (wähle t=-1 in g)

③ a)



$p = \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot 3\% + \frac{5}{12}\cdot 8\%$

$= \underline{\underline{5{,}083\%}}$

b) $P(1Mx \mid \text{zu spät}) = \dfrac{\frac{5}{12}\cdot 8\%}{\underbrace{5{,}083\%}_{\text{aus a)}}} = \underline{\underline{65{,}6\%}}$

c) $\sum_{k=0}^{3} B(25, 8\%, k) = \sum_{k=0}^{3} \binom{25}{k}\cdot 0{.}08^k \cdot 0{.}92^{25-k} = \underline{\underline{86{,}5\%}}$

d) $= B(25, 8\%, 0)\cdot B(35, 3\%, 0) = \underline{\underline{4{,}3\%}}$

e)

X	50	10	0	−100
P	$B(25, 0.08, 0)$ = 0,124	$B(25, 0.08, 1)$ = 0,27	$\sum_{k=2}^{4} B(25, 0.08, k)$ = 0,56	$\sum_{k=5}^{25} B(25, 0.08, k)$ = 0,045

$\Rightarrow E(X) = 0{,}124\cdot 50 + 0{,}27\cdot 10 + 0{,}045\,(-100)$

$= \underline{\underline{4{,}47 \text{ Fr.}}}$ ⇒ Herr Zog soll mitmachen.

f) i) $\binom{12}{5}\cdot\binom{7}{4}\cdot\binom{3}{3} = \underline{\underline{27'720}}$

$\binom{12}{5}$: Plätze der gelben wählen; $\binom{7}{4}$: rot

$p(\text{Rot}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

ii) ges.: n mit $\sum_{k=1}^{n} B(n, \frac{1}{3}, k) \geq 95\%$

entweder $\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n \leq 5\%$

oder pröbeln

n = 6	7	8	10
0,91	0.94	0,96	0.98

$\Rightarrow n \geq 8$

⇒ Mindestens 8mal mitfahren

g) i) Mehr als 4% sind zu spät

ii) $\sum_{k=X}^{80} B(80, 0.04, k) < 5\%$ ($0.04 = p_0$)

$\Rightarrow X = 7$ (pröbeln), dann ist Fehler $= 4{,}1\% < 5\%$

$\Rightarrow V = [7, 80]$

⇒ Nullhypothese wird verworfen

iii) Nein, die Nullhypothese wird verworfen da $9 \in V$.

4 a) $d(M,E) = \dfrac{4\cdot(5) - 3(-5) + 15}{\sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2}} = \dfrac{50}{\sqrt{25}} = \underline{10}$

b) z.B $A(15|4|-5)$, da $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix}-10\\0\\0\end{pmatrix}$ ein Radius ist.

c) Lotgerade durch M auf E:

$l_M: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\4\\-5\end{pmatrix} + t\underbrace{\begin{pmatrix}4\\0\\-3\end{pmatrix}}_{n_E}$

$l_M \cap E: \quad 4(5+4t) - 3(-5-3t) + 15 = 0 \Rightarrow t = -2$

$\Rightarrow M'$ gehört zu $t = -4 \Rightarrow \underline{\underline{M'(-11|4|7)}}$

d) Abstand $d(M,g)$ muss kleiner 10 sein:

$d(M,g) = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}5-0\\4-(-2)\\-5-7\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}\right|} = \dfrac{\left|\begin{pmatrix}12\\-2\\4\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \dfrac{\sqrt{164}}{3}$

$= 4{,}27 \Rightarrow$ <u>g schneidet k</u>

e) $k: (x-5)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$

f) $|\overrightarrow{MP}| = 10 \Rightarrow \left|\begin{pmatrix}13-5\\y-4\\-5-(-5)\end{pmatrix}\right| = 10$

$\sqrt{8^2 + (y-4)^2 + 0^2} = 10$

$(y-4)^2 = 36 \Rightarrow y - 4 = \pm 6$

$\underline{y} = \pm 6 + 4 = \begin{cases}\underline{10}\\ \underline{-2}\end{cases}$

g) $\vec{n}_T = \overrightarrow{MQ} = \begin{pmatrix}-6\\0\\8\end{pmatrix} \Rightarrow -3x + 4z + D = 0 \quad | \hookrightarrow Q$

$-3(-1) + 4(3) + D = 0$

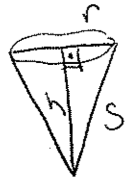
$\Rightarrow D = -15 \quad \Rightarrow \boxed{T: -3x + 4z - 15 = 0}$

5 ZF: $A_{Mantel} = r \cdot s \cdot \pi$

NB: $V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 2\,dm^3$

und Pythagoras $s^2 = h^2 + r^2$

$s = \sqrt{h^2 + r^2}$



NB nach h: $h = \dfrac{6}{\pi r^2}$

alles in ZF: $A = r \cdot s \cdot \pi$

$= r \cdot \sqrt{h^2 + r^2} \cdot \pi$

$A = r\sqrt{\left(\frac{6}{\pi r^2}\right)^2 + r^2} \cdot \pi$

Min mit TR: $\underline{\underline{r = 1{,}105\,dm}}$

$\rightarrow A_{Mantel} = 6{,}65\,dm^2$

$\underline{h = 1{,}56\,dm}$

$\underline{s = 1{,}91\,dm}$

⑥ a) $B(0) = 300$

$B(40) = 75 = B(0) \cdot q^{40}$

$75 = 300 \cdot q^{40}$

$\frac{75}{300} = q^{40}$

$\left(\frac{75}{300}\right)^{1/40} = q \quad \rightarrow q = 0.9659..$

$\Rightarrow \boxed{B(t) = 300 \cdot 0.9659..^{t}}$

b) i) ges: t mit $99 = 100(1 - 0.5^{0,05t})$

$\frac{99}{100} = 1 - 0.5^{0,05t} \quad | -1$

$-0,01 = -0,5^{0,05t} \quad | +/- \rightarrow \ln(..)$

$\ln(0,01) = 0,05t \cdot \ln(0,5) \quad | : 0,05\ln(0,5)$

$132,88 = t$

Nach ca 133 Tagen

ii) Da $1 - 0,5^{0.05 \cdot 1} = 0,034$, also 3,4%

$3,4\% \mathrel{\hat{=}} 3,4\% \cdot 300g = 10,22g$