

Kandidatin / Kandidat

Vorname und Name:

Lösungen

- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt.
- Bei Rechenaufgaben müssen die verwendete Formel und alle benötigten Daten deutlich erkennbar sowie der Weg zum Resultat nachvollziehbar sein.
- Wo von Ihnen Annahmen getroffen werden, müssen diese deutlich gekennzeichnet und physikalisch stichhaltig sein.
- In allen numerischen Daten und Resultaten sind die korrekten Einheiten mit anzugeben und eine sinnvolle Präzision einzuhalten.
- Endresultate bitte doppelt unterstreichen.
- Textantworten und Begründungen müssen physikalisch stichhaltig, widerspruchsfrei und sprachlich vertretbar formuliert sein.

Bewertung

- Bei jeder Teilaufgabe steht die erreichbare Punktzahl in Klammern.
- Die maximale Punktzahl beträgt 43 Punkte.
- Die Benotung erfolgt gemäss der Formel $1+5 \cdot \text{Punktesumme}/38$, wobei auf halbe Noten gerundet und keine Note über 6 gesetzt wird.

Hilfsmittel

- Taschenrechner TI N'Spire oder einfacher und DPK Formelsammlung.

Allgemeines

- Die Prüfungsdauer beträgt 4 Stunden.

Aufgaben

| | No 1 | No 2 | No 3 | No 4 | No 5 | total |
|---------------------|------|------|------|------|------|-------|
| mögliche Punktzahl | 11 | 10 | 10 | 6 | 6 | 43 |
| erreichte Punktzahl | | | | | | |

Note.

1. Der Sprung des Jahrhunderts - Teil 1

Spiegel Online, 14.10.2012: Nie zuvor hat ein Mensch einen Fallschirmsprung aus einer so irrwitzigen Höhe geschafft: Der Rekordversuch des Österreichers Felix Baumgartner ist geglückt - er sprang aus 39 Kilometern aus einer Ballonkapsel. Mit mehr als 1340 Kilometern pro Stunde raste er zur Erde und durchbrach die Schallmauer.



- a. Wir nehmen zunächst grob vereinfachend an, dass für die Fallbeschleunigung der feste Wert $g=9.81 \text{ m/s}^2$ gelte und vernachlässigen den Luftwiderstand. Nach welcher Zeit und in welcher Höhe hätte Baumgartner die Schallmauer durchbrochen ($c=340\text{m/s}$)? (2P)

Tatsächlich verändern sich sowohl die Dichte ρ der Luft als auch die Fallbeschleunigung g in Abhängigkeit der Höhe h über dem Erdboden.

- b. Wie gross ist die Luftdichte ρ in 39km bzw. 33km Höhe gemäss der barometrischen Höhenformel (ausgehend von $\rho_0=1.29\text{kg/m}^3$ und der Halbwertshöhe von 5550m)? Wie gross wird damit die Änderung von ρ zwischen diesen beiden Höhen? (als Faktor) (2P)
- c. Wie gross ist g in 39km bzw. 33km Höhe gemäss dem Gravitationsgesetz? Wie gross ist also die relative Änderung von g zwischen diesen Höhen? (2P)

Weiter müsste auch noch die Temperatur und Luftfeuchtigkeit berücksichtigt werden. Exaktere Rechnungen können numerisch mit Computersimulation durchgeführt werden. In den folgenden Teilaufgaben geht es darum, ein „Gefühl“ für den Rekordsprung zu bekommen.

- d. Da sich Baumgartner (90kg) Kopf voran in die Tiefe stürzte, können wir von einer Querschnittfläche von ca. 60cm·40cm ausgehen. Welcher c_w -Wert ergibt sich aus der in der Einleitung angegebenen Geschwindigkeit, wenn wir, nicht unbedingt korrekt, annehmen, dass diese, im Kräftegleichgewicht auf 33km Höhe, erreicht wurde? Vergleichen Sie mit typischen Werten aus der Formelsammlung. Interpretation? (2P)
- e. Skizzieren Sie den ungefähren, aber dort wo möglich quantitativen Verlauf der Funktionen Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Höhe $v(h)$ (nicht $v(t)$!) und $g(h)$ für den freien Fall für $27\text{km}<h<39\text{km}$ ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands. (1.5P)
- f. Ergänzen Sie qualitativ im $v(h)$ und $g(h)$ -Diagramm in einer anderen Farbe, den Fall, dass der Luftwiderstand berücksichtigt wird. (1.5P)

2. Der Sprung des Jahrhunderts- Teil 2

Nicht nur der Sprung selbst, auch der Aufstieg ist interessant. Der Ballon war 170m hoch und mit Helium gasdicht gefüllt.

- Der zylindrisch angenommene Ballon habe am Boden einen Durchmesser von 6m. Was kostet eine Füllung, wenn 1m^3 Helium bei Normaldruck und 25°C CHF 10 kosten? Wie viel Mol Helium braucht man für die Füllung bei Normaldruck und 25°C ? (1.5P)
- Wie schwer dürfen die Hülle, Druckkapsel mit Baumgartner, Sicherheitsfallschirm, Sauerstoffflaschen usw. höchstens sein, damit der Ballon mit einer Beschleunigung von 1m/s^2 vom Boden abhebt? Vergessen Sie nicht die Masse der Heliumfüllung (Normaldruck) und die Berücksichtigung der Aussentemperatur (25°C). (Ersatzlösung: 4500kg)(2.5P)
- Beim Aufstieg füllt sich die anfangs schlaffe, nicht dehnbare Hülle und der Durchmesser wächst bis der Ballon prall gefüllt ist. Warum? Wie gross muss der Durchmesser sein, damit sich in 39km Höhe ein Kräftegleichgewicht ausbildet? (siehe Aufgabe 1b für die Luftdichte) (1.5P) (Ersatzlösung 60m)
- Die Temperatur beträgt in 39km Höhe nur -15°C . Wie gross wird der Druck im Inneren des Ballons dort sein, wenn man vom dem Durchmesser ausgeht, den man in Teil c berechnet hat. Wie gross ist dort der Aussendruck? Wie gross der Druckunterschied? (1.5P)
- Tatsächlich schwingt der Ballon um die Ruheposition in 39km Höhe. Sie haben gelernt, dass sich bei einem linearen Kraftgesetz $F=-kx$ automatisch eine Schwingungsdauer von $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ergibt. Bestimmen Sie k und T für den Ballon. Tipp: Betrachten Sie die Dichte der Luft in 39001m Höhe. (3P)

3. Gebäudeisolation

Das abgebildete Haus „A“ kann, vereinfacht, als Quader angesehen werden (Aussenmasse: 6.0m hoch, 12.0m breit und 8.0m tief), dessen sichtbare Seite als Fensterfront (U-Wert: $u=1.10\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ ausgebildet ist und die restlichen fünf Flächen bestehen aus Stahlbeton von 30cm Dicke. Im Innern habe es eine konstante Temperatur von 21°C und aussen soll es im Mittel 4°C (auch im Boden) haben.

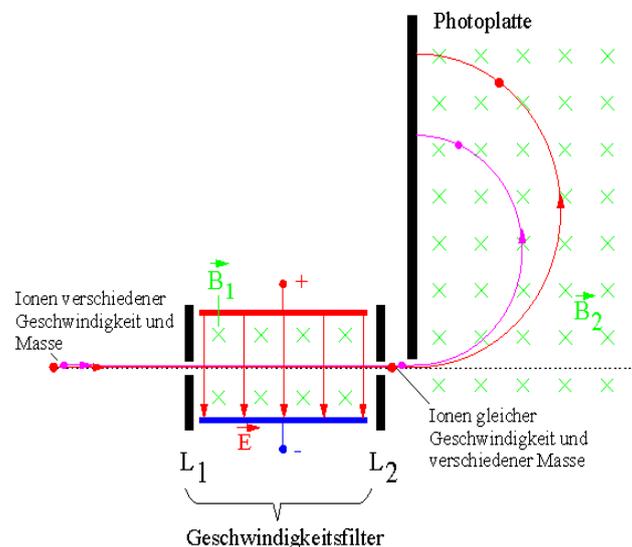


- Welche Leistung muss die Heizung des Hauses „A“ haben, um die Temperatur konstant halten zu können? (2P)
- Wie viel Heizöl braucht es pro Jahr, wenn die Heizung einen Wirkungsgrad von 85% hat und die Heizperiode lange 120 Tage dauert? (2P)

- c. Beim Nachbarhaus „B“ wurde zusätzlich eine Aussenisolation (auch unter der Kellerdecke) von 20cm Isolierstoff angebracht. Welche Leistung muss die Heizung des Hauses „B“ haben, um die Temperatur genau gleich konstant zu halten? (2P)
Tipp: Verwenden Sie, der Einfachheit halber, dieselben Wand- und Fensterflächen wie bei Haus „A“ und vernachlässigen Sie den relativ kleinen Isolationswert des Betons gegenüber der Dämmwirkung des Isolierstoffes.
- d. Während des Winterurlaubs lassen sie das Haus „B“ auf 8°C abkühlen. Wie viel Energie ist notwendig, um die ganzen Wände wieder auf 21° zu erwärmen?
Tipp: verwenden Sie für die Berechnung des Betonvolumens der Einfachheit halber Wandfläche mal Dicke. ($\rho_{\text{Beton}}=2200\text{kg/m}^3$, $c_{\text{Beton}} = 800\text{J/kgK}$)? (1P)
- e. Wie lange wird es dauern, bis das Haus wieder 21° warm ist, wenn die Heizung eine Heizleistung von 38kW hat und die Wärmeverluste während der Erwärmungsphase vernachlässigt werden? (1P)
- f. Welchen Vorteil, in Bezug auf den Aufgabenteil „3e“, hätte es, wenn die Zusatzisolation innen angebracht worden wäre? (1P)
- g. Heute bevorzugt man die Aussenisolation wegen des besseren Wohnkomforts. Erklären Sie. (1P)

4. **Massenspektrometer zur Bestimmung des Verhältnisses ^{14}C zu ^{12}C**

Beim Besuch des Morteratschgletschers (2200müM, Pontresina GR) finden Sie im Eis des Gletschertors ein Stück Holz und fragen sich, wie es dort hin kam, und wie alt es wohl sei. Mit der Radiocarbonmethode ist es möglich, das Alter des Holzes zu bestimmen. Dazu muss, mit einem Massenspektrometer das Mengenverhältnis von ^{14}C zu ^{12}C bestimmt werden. Positive Ionen werden mit einer Spannung U_B beschleunigt. Da die Ionen aber immer noch verschiedene Richtungen, Geschwindigkeiten und Masse haben können werden sie durch einen Geschwindigkeitsfilter (bestehend aus gekreuzten E- und B-Feldern) geschickt. Im folgenden Magnetfeld B_2 durchlaufen die Ionen verschiedene Halbkreise wegen ihrer unterschiedlichen Massen.



- a. Wie hoch muss die Beschleunigungs-spannung sein, damit die einfach ionisierten ^{14}C -Ionen eine Geschwindigkeit von 249km/s bekommen? (1P)
- b. Wie stark muss das Magnetfeld B_1 sein, damit die C-Ionen mit einer Geschwindigkeit von 240km/s geradlinig das elektrisch Feld von 12kV/m des Geschwindigkeitsfilters durchqueren? (1P)

- c. Wie gross werden die Bahnradien von ^{12}C und ^{14}C , bei einem B_2 -Feld von 0.125T? (1P)
- d. Das Feld B_2 muss homogen sein und wird durch eine recht grosse Spule (Durchmesser 0.56m, Länge 0.48m, 11'700 Windungen) erzeugt. Wie viel Strom muss durch die Spule fliessen? (1P)
- e. Mit diesem Massenspektrometer messen Sie das Verhältnis von ^{14}C zu ^{12}C von $0.65 \cdot 10^{-12}$ statt der heute (und damals) normalen $1.05 \cdot 10^{-12}$. Wie alt ist demnach das Stück Holz? (2P)

5. Kernfusion als Energiequelle der Zukunft

Im Spektrum der Wissenschaft vom Dezember 2012 wird der im Bau befindliche Forschungsreaktor ITER vorgestellt. Dort wird berichtet, dass man mit 1g Deuterium/Tritium Gemisch gut 26000 kWh Energie erzeugen kann, was 11 Tonnen Kohle entspräche. Der Tritiumverbrauch läge bei einer Leistung von 1GW bei 1kg Tritium /Woche.

- a. Kontrollieren Sie die Mengenangabe der Kohle (Koks), wenn Sie vom Brennwert aus der Formelsammlung ausgehen. Interpretation? (1.5P)
- b. Wie viele Deuterium- und Tritiumatome sind in 1g enthalten? (Stoffgemisch 1:1) (1P)
- c. Wie viel Energie sollte pro Fusionsreaktion von einem Tritium- und einem Deuteriumatom gemäss den obigen Angaben frei werden? Drücken Sie den Wert in der Einheit MeV aus. Kontrollieren Sie den Wert mit der Angabe aus der Formelsammlung. Interpretation? (1.5P)
- d. Es wird weiter berichtet, dass die Temperatur im Reaktor 100 Millionen Kelvin betragen soll. Welche Geschwindigkeit hat dann ein Deuteriumatom? Erinnern Sie sich an den Ausdruck $E_{\text{kin}}=1.5kT$ aus der kinetischen Gastheorie. (1P)
- e. Das Plasma soll durch starke Magnetfelder im Reaktor eingeschlossen werden, ohne dass es die Wände berührt. Wie gross muss die magnetische Feldstärke B sein, damit das heisse (einfach ionisierte) Gas durch die Lorenzkraft auf Kreisbahnen mit $r=0.3\text{m}$ gezwungen wird? (1P)

Viel Erfolg wünschen Ihnen C. von Weymarn und U. Dammer.

Nummerische Lösungen

1.
 - a. $t=34.7s$, $s=5892m$, $h=33.1km$ 2P
 - b. $\rho(39km)=9.89 \cdot 10^{-3} kg/m^3$, $\rho(39km)=20.9 \cdot 10^{-3} kg/m^3$ Faktor 2.12 2P
 - c. $g(39km)=9.711 m/s^2(9.700)$, $g(33km)9.729 m/s^2(9.719)$. Abweichung 0.2% 2P
 - d. $cw=2.5$, Zylinder ca. 0.9, Tropfenformen ca. 0.1-> Fläche wohl grösser, also Felix nicht ganz senkrecht 2P
 - e. Aus $s=v^2/g \cdot 2$ ergibt sich eine Wurzelfunktion für v . Da auf der x-Achse nicht s sondern h steht, muss diese vertikal gespiegelt sein und die Werte $v(39km)=0$, $v(33km)=342m/s$ und z.B. $v(27km)=482m/s$ enthalten.
 $g(h)$ ist fast konstant, sinkt leicht mit steigender Höhe 1.5P
 - f. Die Werte weichen nach unten ab und stabilisieren sich bei ca. 30km Höhe auf ca. $v=370m/s$.
 $g(h)$ ist fast konstant, sinkt leicht mit steigender Höhe 1.5P

2.
 - a. $V=4807m^3$ entspricht 48070 Fr. , $n=1.97 \cdot 10^5 mol$ 1.5P
 - b. $m_{total}=5147 kg$, $m_{ohneHe}=4360kg$ ($m_{He}=788kg$) 2.5P
 - c. Ballon wächst, da Aussendruck sinkt. $d(39km)= 63m$, $V(39km)=530000m^3$ 1.5P
 - d. $p_{innen}=797Pa$, $p_{ausseren}=767 Pa$, $\Delta p=30Pa$ 1.5P
 - e. Variante 1 (ohne Ableitung):
 $F=(\rho(39001m)-\rho(39001)) \cdot V(39km) \cdot g=6.3N$ für einen Höhenmeter extra, also $k=6.36N/m$, also $T=180s$ 3P
Variante 2 (mit Ableitung): $F=\rho'(x) \cdot \Delta x \cdot V \cdot g=\rho \cdot \ln(0.5)/H \cdot \Delta x \cdot V \cdot g$

3. Lösungen
 $u_{wand}=6.17W/(m^2K)$ (ohne Übertrittskoeffizienten), $A_{Beton}=360m^2$, $A_{Glas}=72m^3$
 - a. 39.1 kW 2P
 - b. 11.3t Öl 2P
 - c. mit $u=0.2$, $P_{neu}=2616W/0.85=3078 W$ 2P
 - d. $2.5 \cdot 10^9 J$ 1P
 - e. 18.3h 1P
 - f. Innenraum erwärmt sich schneller 1P
 - g. Kühler im Sommer (nachts lüften!) 1P

4. Lösungen W_n : 4.5kV, 0.5T, 23,9cm & 27.9cm, 6.27A, 4500Jahre
Dammer
 - a. 4521 V 1P
 - b. 50mT 1P
 - c. 28cm (24cm) 1P
 - d. 6.3 A 1P
 - e. 3944a 2P

5.
 - a. Annahme Koks: $H_{Koks}=2.9 \cdot 10^7 J/kg$. Also $m_{Koks}=3228kg$, passt, wenn etwa=29%. 1.5P
 - b. jeweils $N=0.2 Mol=1.2 \cdot 10^{23}$ 1P
 - c. $E=7.8 \cdot 10^{-13} J=4.88MeV$, FS 17.6MeV also $\eta=28\%$ 1.5P
 - d. $v=1.11 \cdot 10^6 m/s$ 1P
 - e. $B=77mT$ 1P

total 43P (Absicht: Note 6 entspricht 38 P, ca. 90% gerundet)