



Maturitätsprüfung 2013

Mathematik

Teil 1

Klasse 4NP

Lehrperson Sp

Dauer 90 Min.

Teil 1							
1	2	3	4	5	6	7	T1
3	5	6	5	7	5	5	36

Vorname _____

Name _____

Teil 2							
8	9	10	11	12	13	14	T2
3	4	4	6	7	4	6	34

Punktetotal	
Note	

Die im Unterricht verwendete Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Alle Lösungen müssen ordentlich und nachvollziehbar dargestellt sein. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

3 Punkte

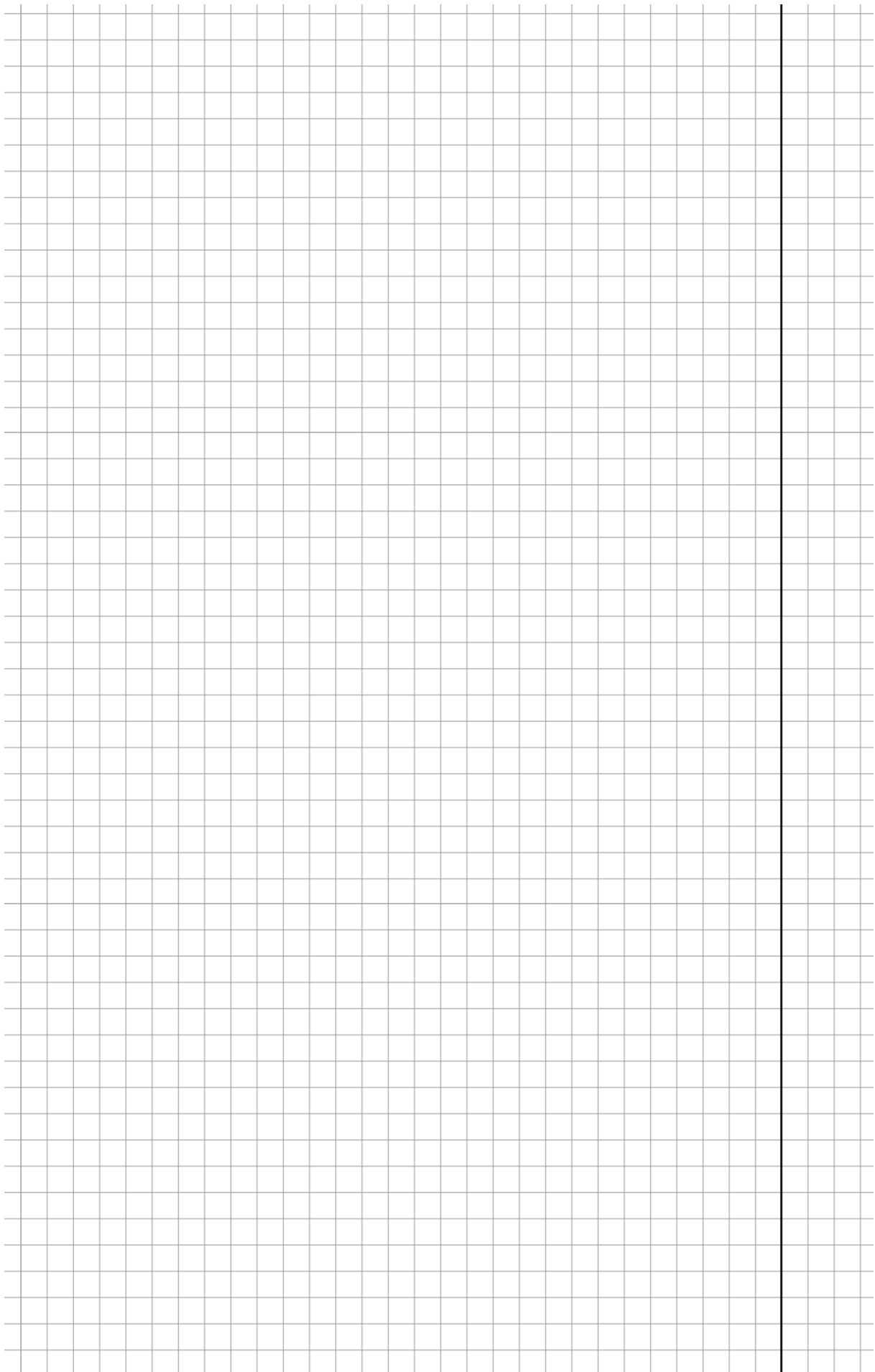
Betrachte die Funktion $f: y = a \cdot x^3 + b \cdot x + 2$.

a) Der Graph von f geht durch den Punkt $P(-1|2)$. An der Stelle $x = 1$ ist die Kurventangente parallel zur Geraden $y = -x$.

Berechne a und b .

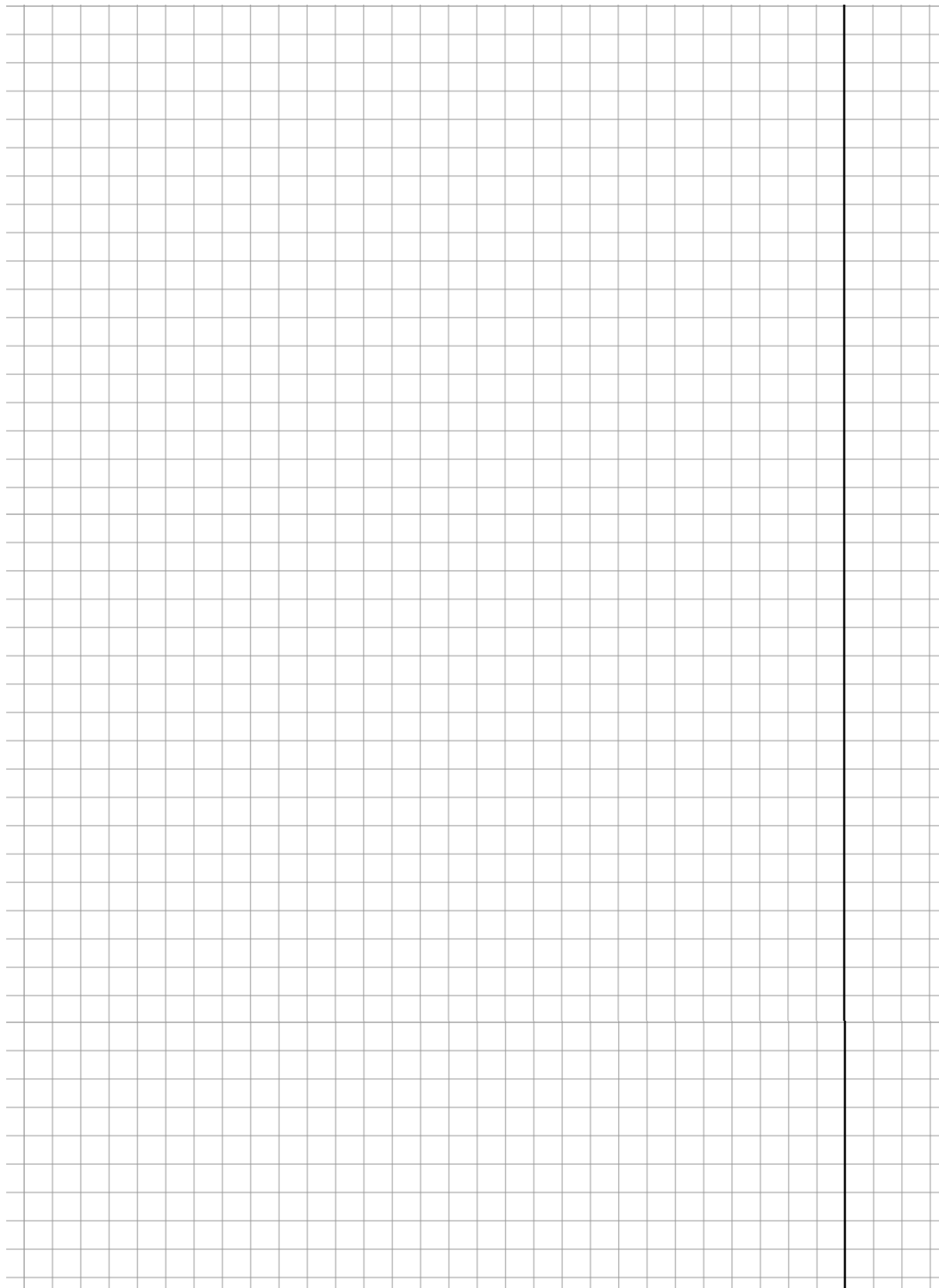
b) An welchen Stellen hat der Graph von f für $a = \frac{1}{9}$ und $b = -3$ horizontale Tangenten?

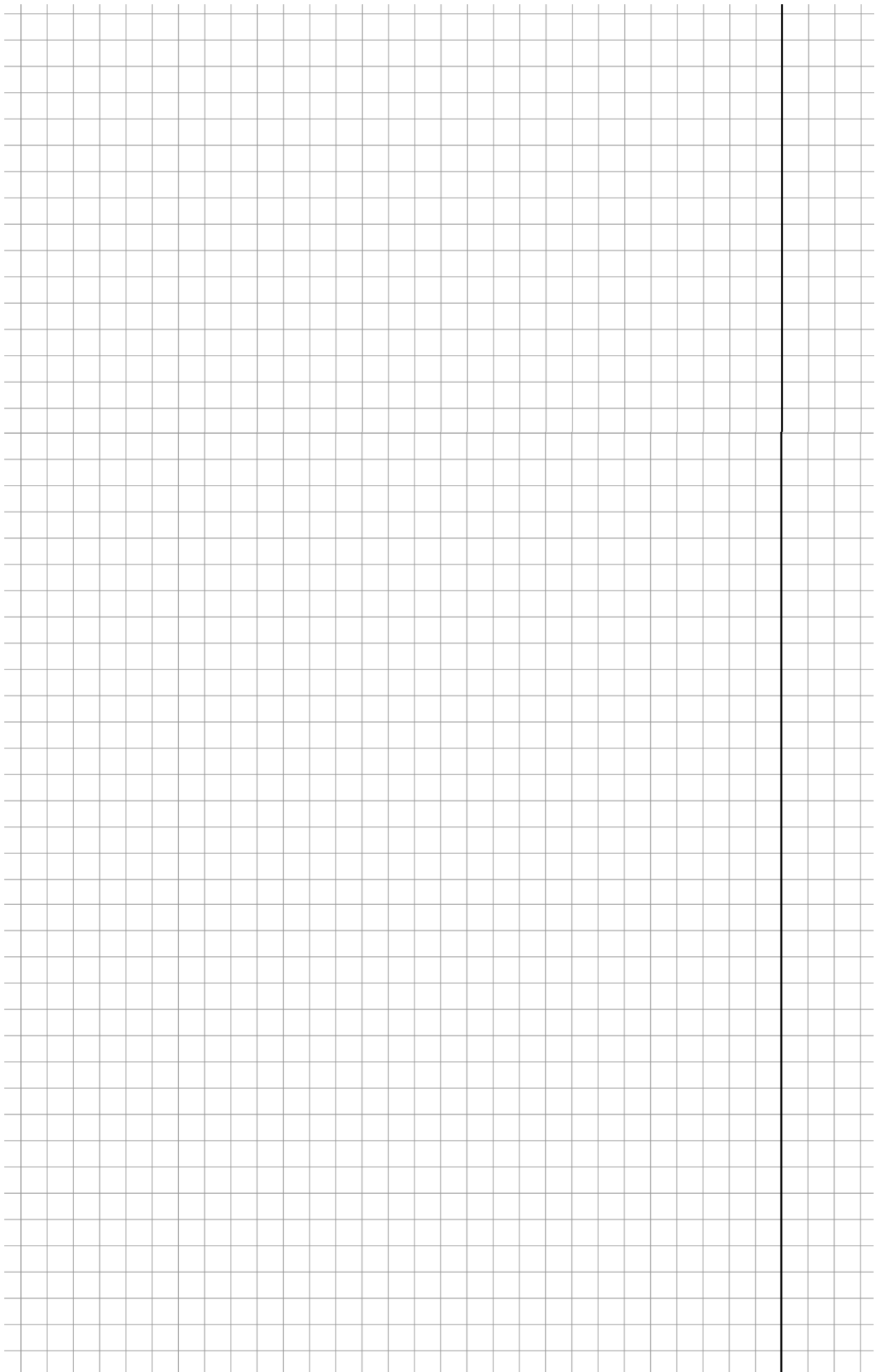




Die Funktion $f: y = (x + 4)^2 \cdot e^{-x}$ ist gegeben.

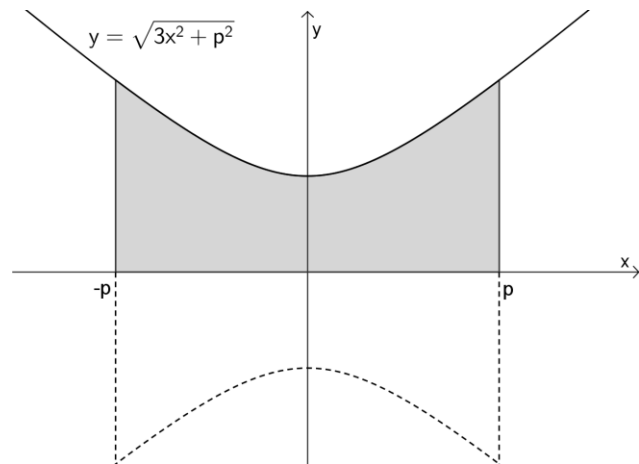
Bestimme die Asymptote und die Null-, Extremal- und Wendestellen. Gib die Art der Extrema an.



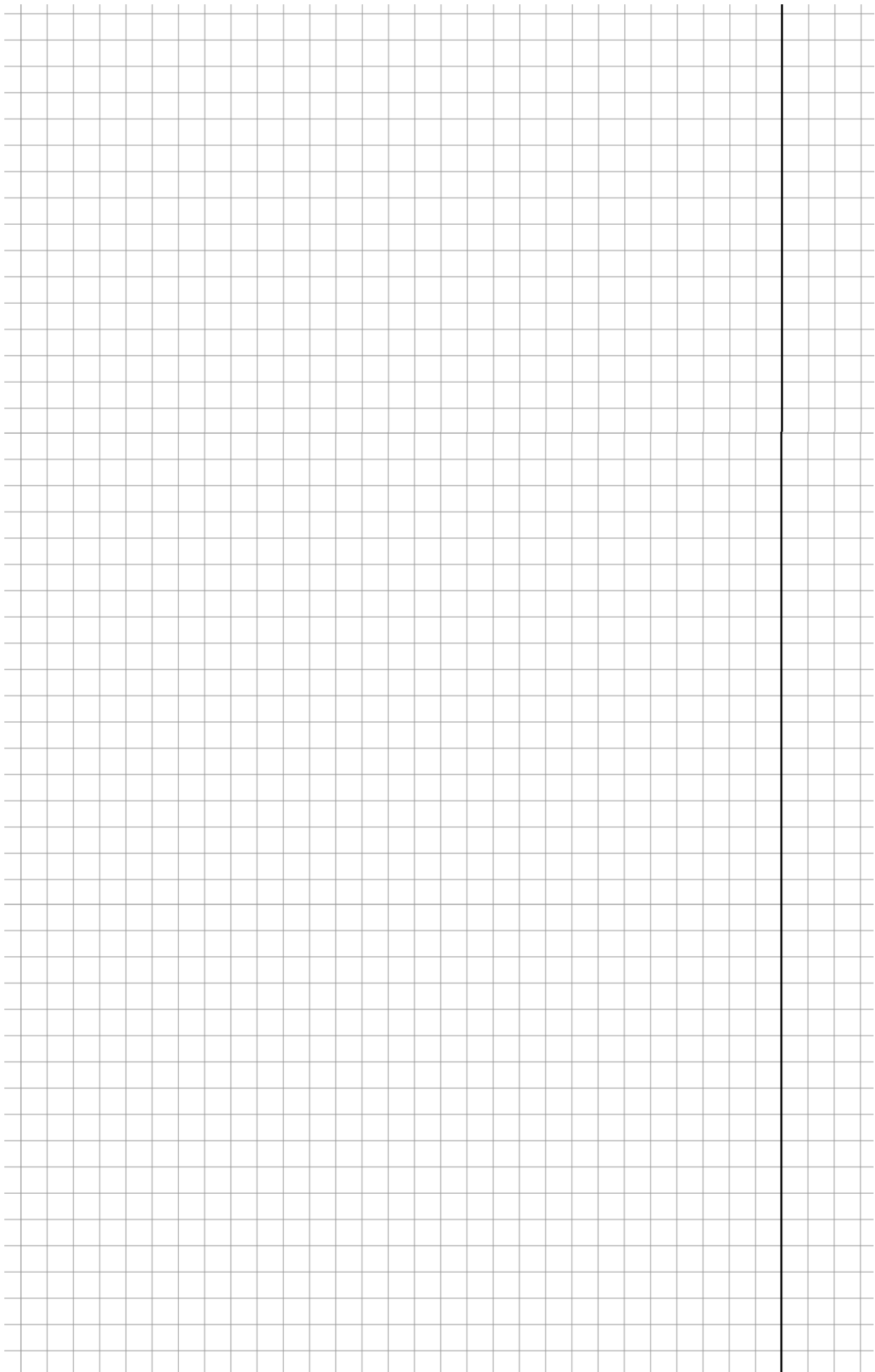


- a) Die Kurve $y = \sqrt{3x^2 + p^2}$, $-p \leq x \leq p$, rotiert um die x -Achse. Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.
- b) Berechne das Volumen desselben Rotationskörpers mit der Näherungsformel

$$V = \frac{h}{6}(Q_1 + 4Q_2 + Q_3)$$
wobei Q_1 die Grundfläche, Q_3 die Deckfläche und Q_2 die Querschnittfläche in der Mitte ist.
- c) Bestimme die Gleichung der Parabel, die an den Stellen $x = -p, x = 0$ und $x = p$ durch die gleichen Punkte wie die Kurve in Aufgabe a) geht. Berechne für die Parabel das entsprechende Rotationsvolumen.

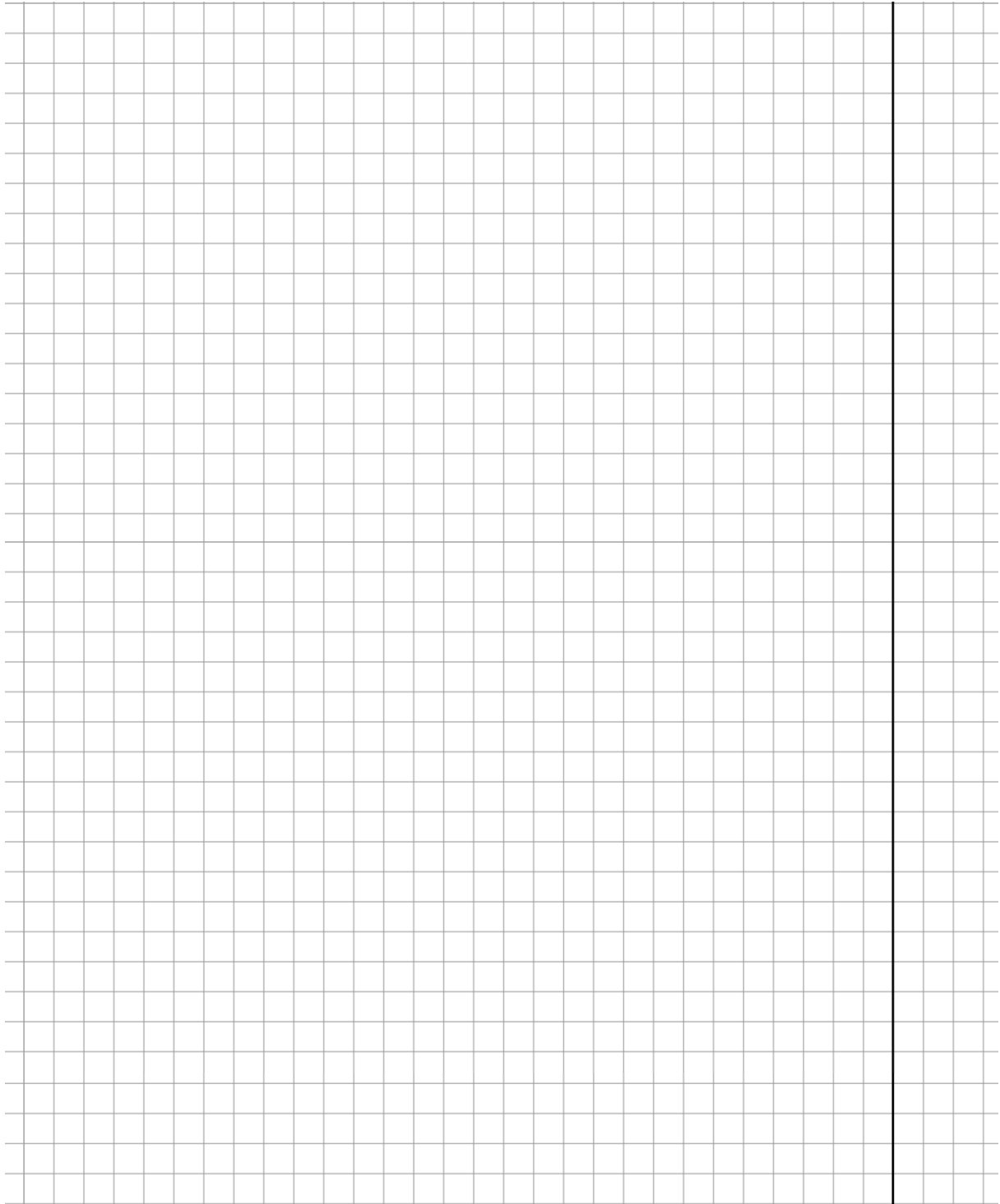


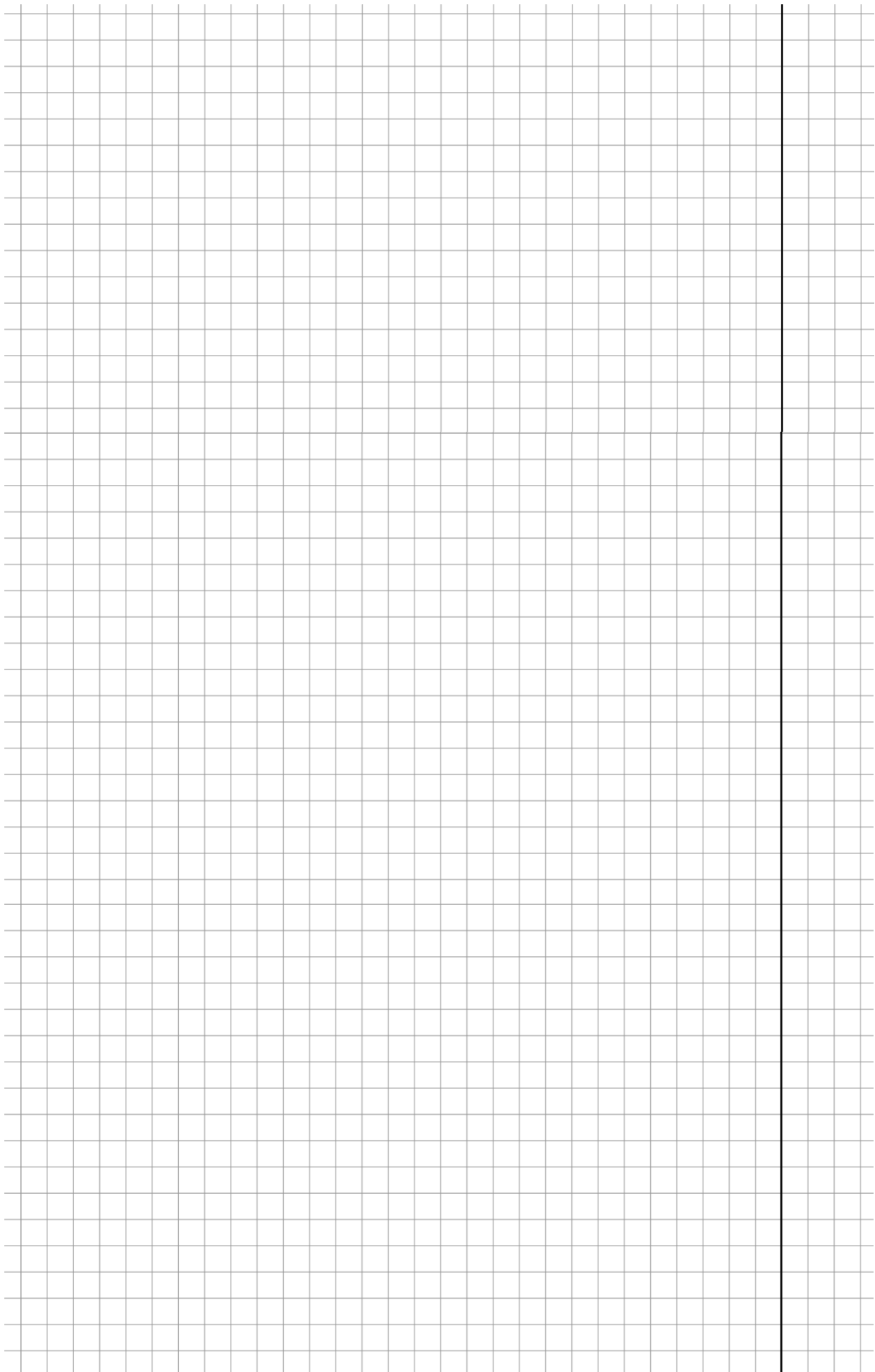
Grid area for calculations.

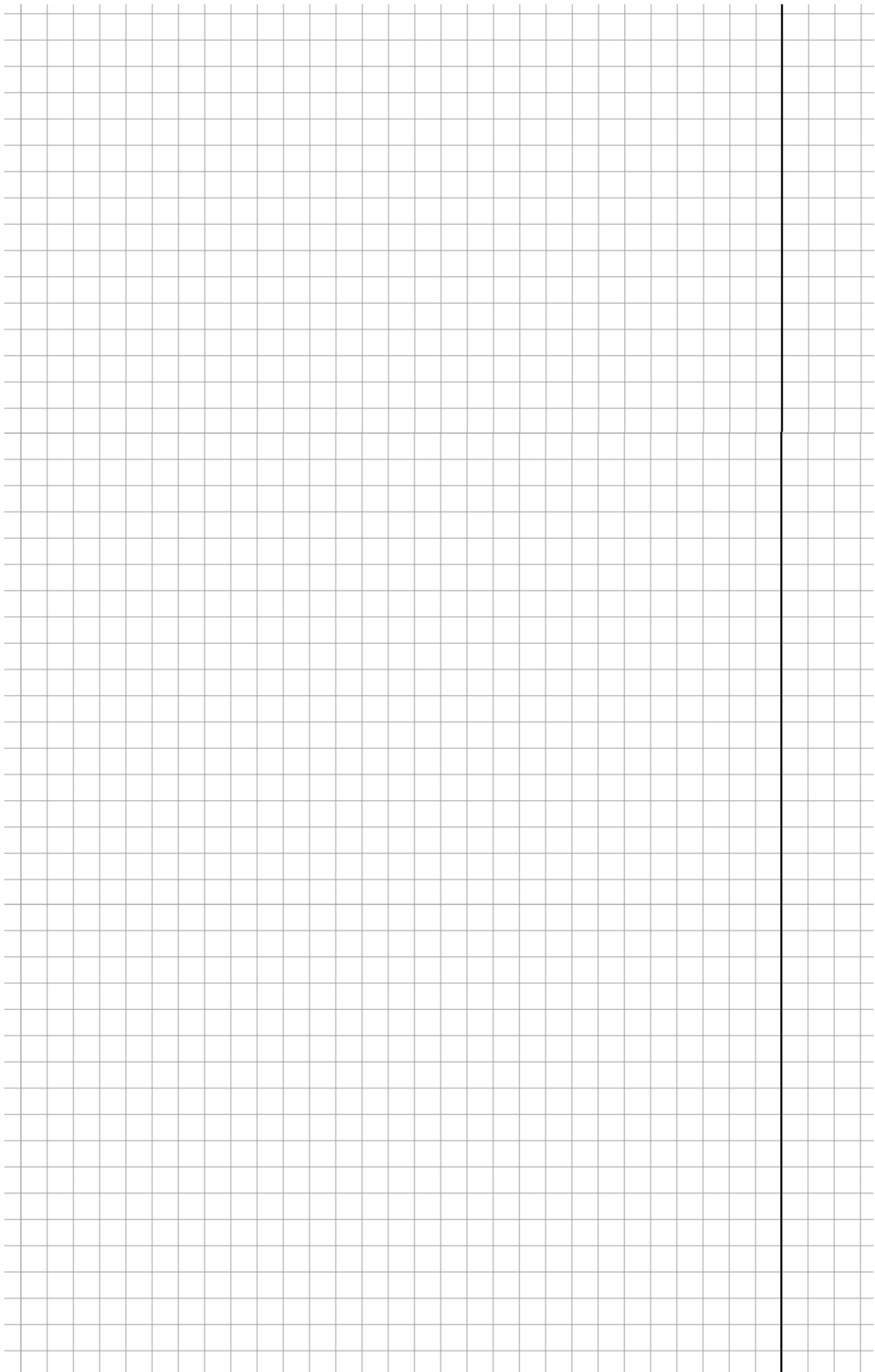


Von 12 Personen in einem Kleinbus schmuggeln zwei Personen Waren. Beim Grenzübertritt werden drei Personen im Bus kontrolliert.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den kontrollierten Personen die beiden Schmuggler sind?
- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte kontrollierte Person ein Schmuggler ist.
- c) Gleich die erste kontrollierte Person wird als Schmuggler enttarnt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird auch der zweite Schmuggler erwischt?

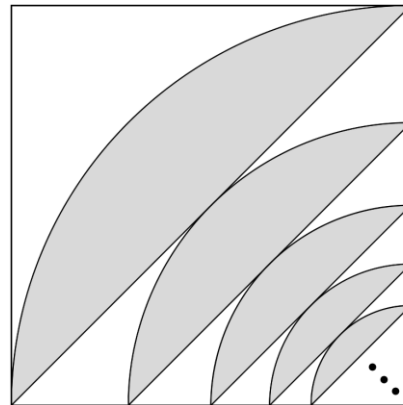




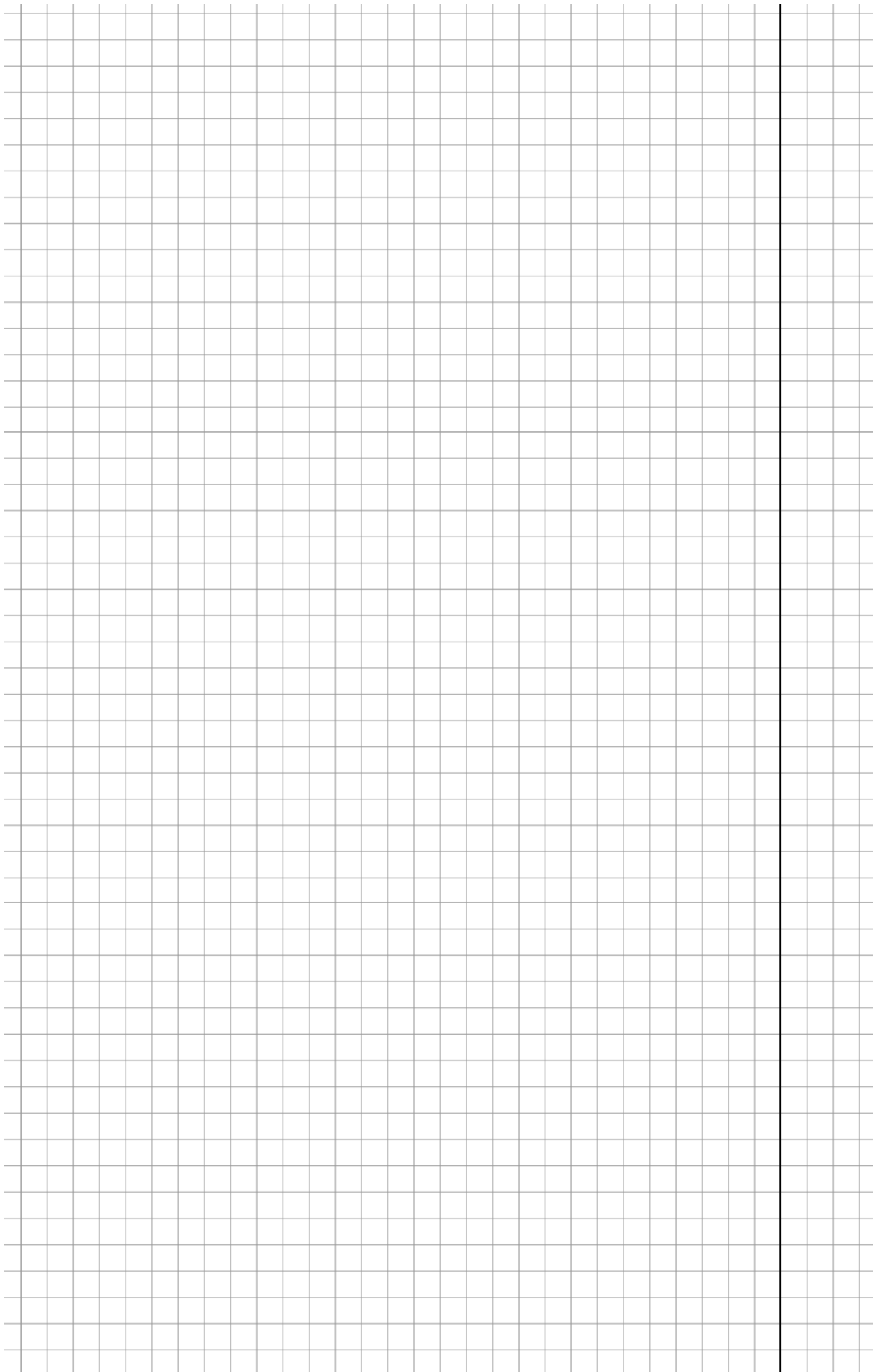


Aufgabe 6**5 Punkte**

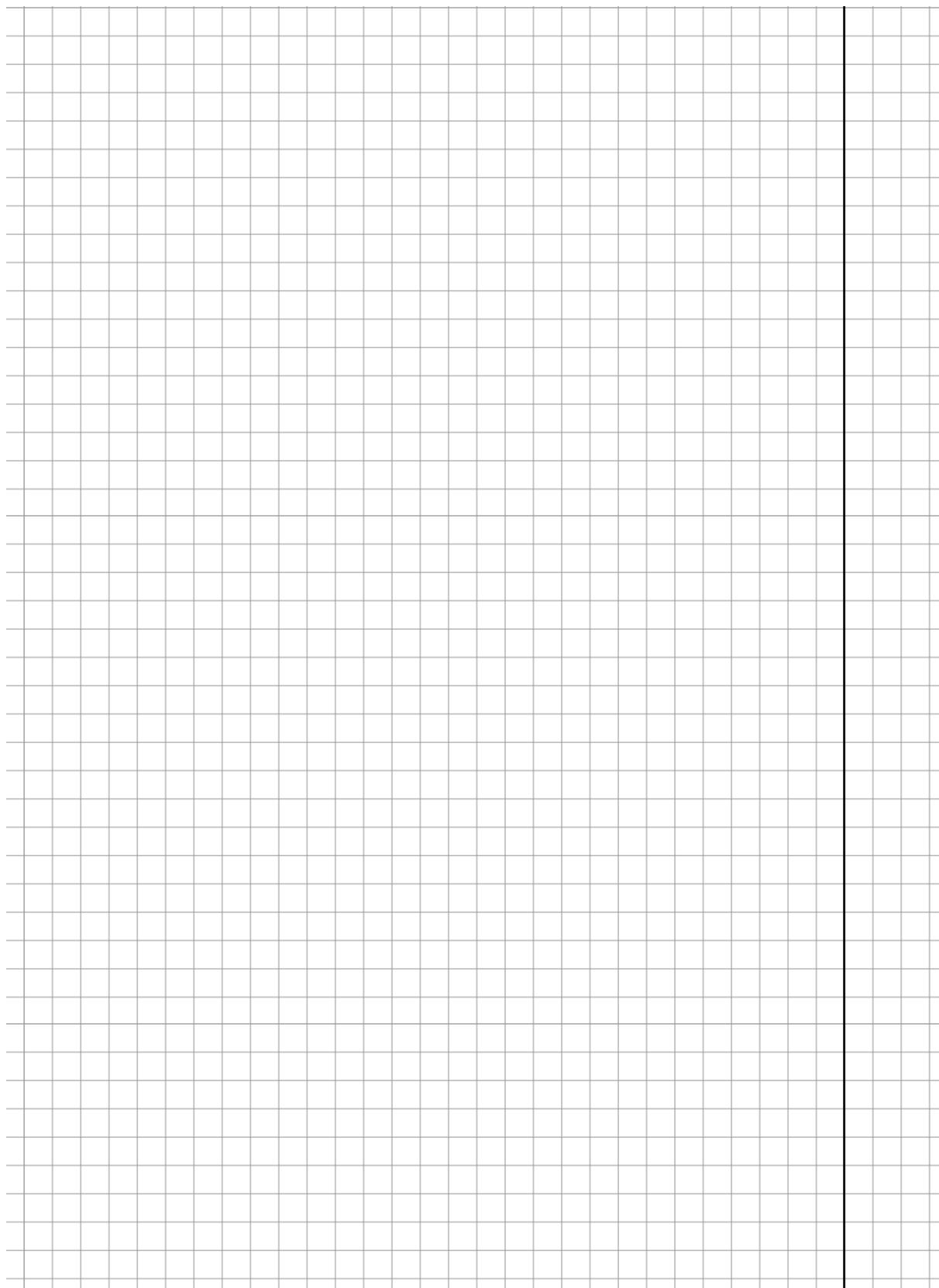
In ein Quadrat mit der Seitenlänge $s = 2 \text{ cm}$ werden unendlich viele Kreissegmente eingeschrieben (siehe Zeichnung).
Berechne die Summe der Flächeninhalte der unendlich vielen Kreissegmente.

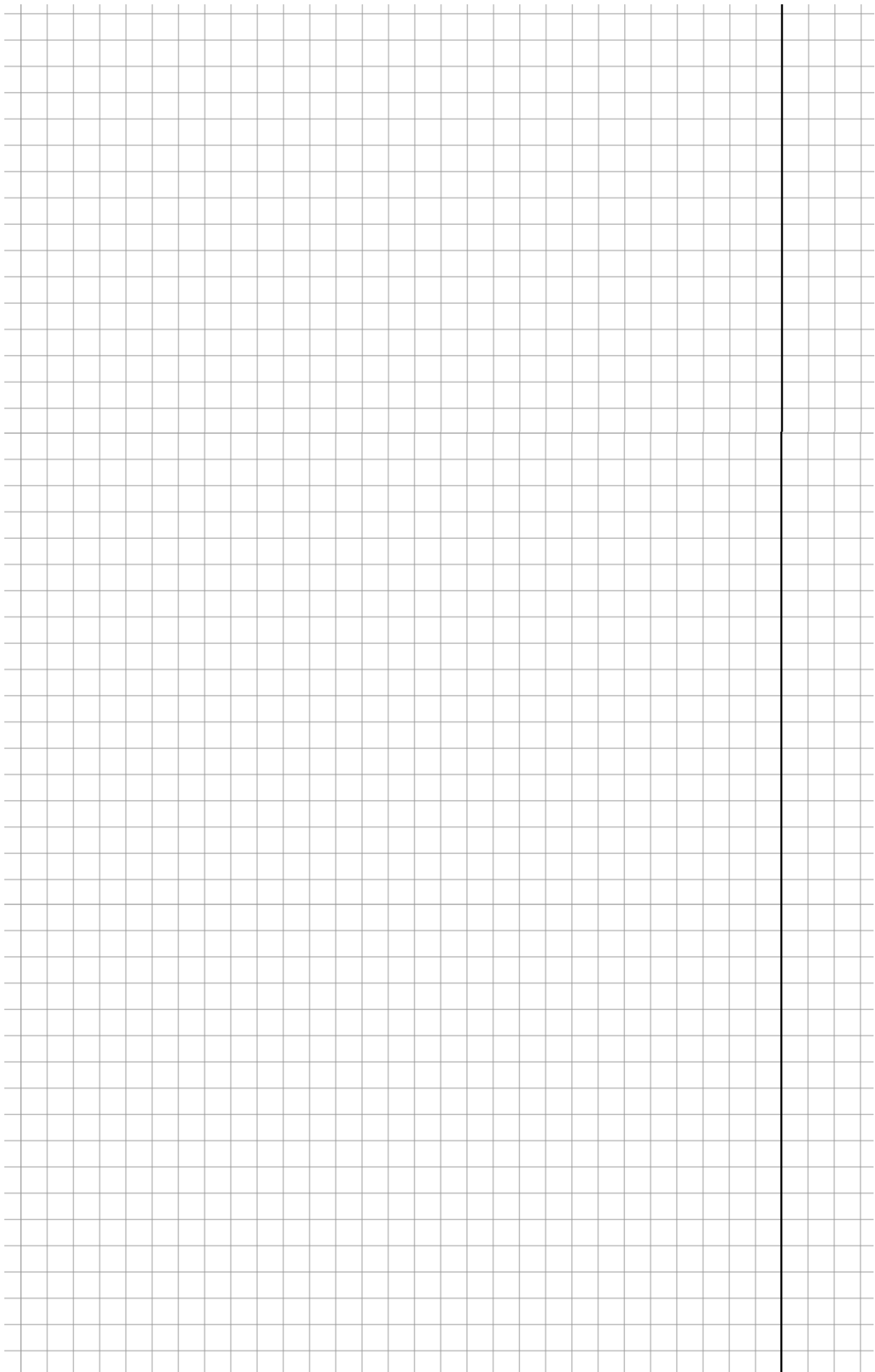


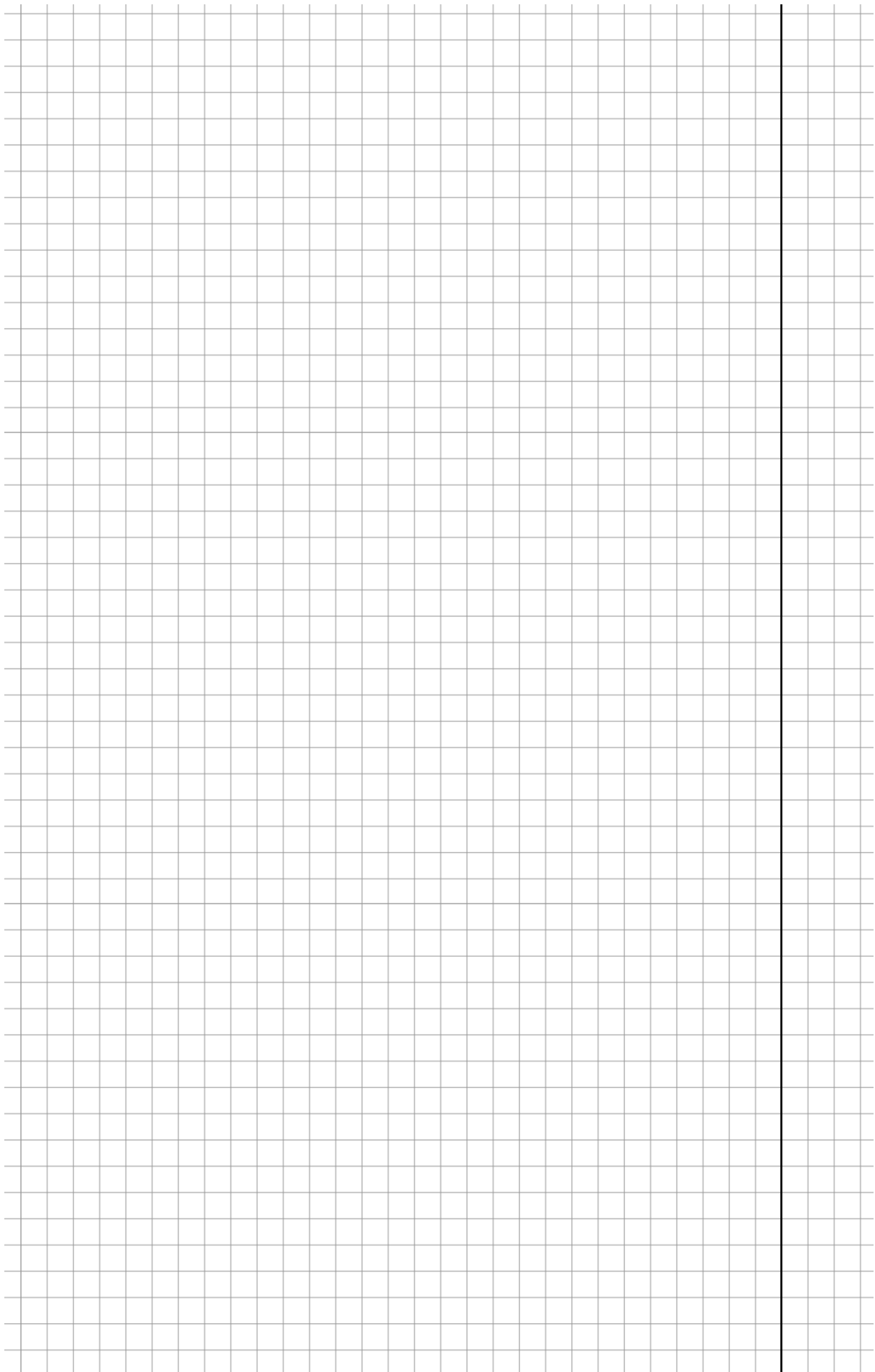
A large grid area for writing the solution, consisting of a grid of small squares with a vertical line on the right side.



Die ersten drei Glieder einer geometrischen Folge haben eine Summe von 35. Wenn man das zweite Glied um 25% vergrößert, bilden die ersten drei Glieder eine arithmetische Folge. Bestimme die möglichen Lösungen für die ersten drei Glieder.

A large grid of graph paper for solving the problem. The grid consists of 20 columns and 30 rows of small squares. A vertical line is drawn on the right side of the grid, approximately 18 columns from the left edge.



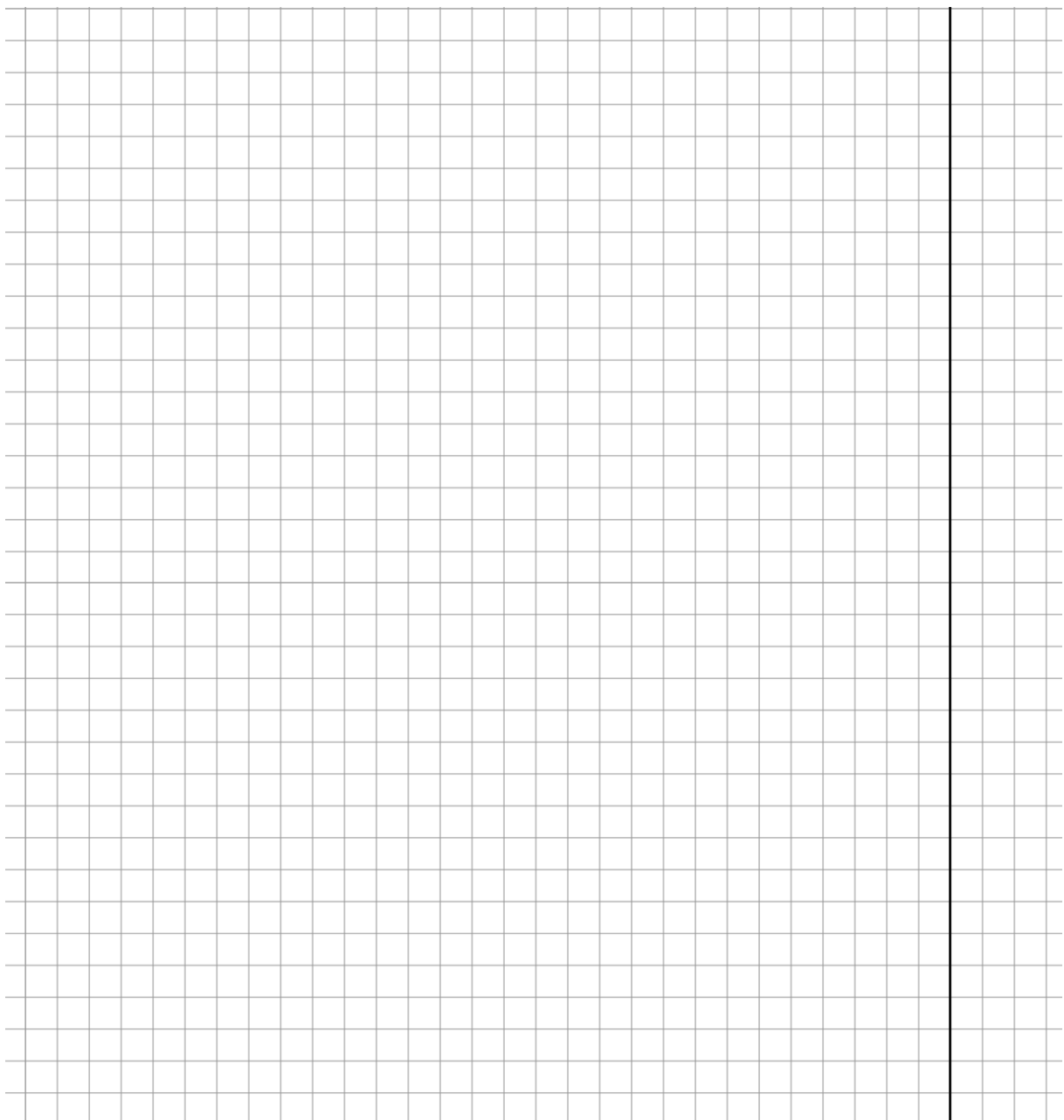
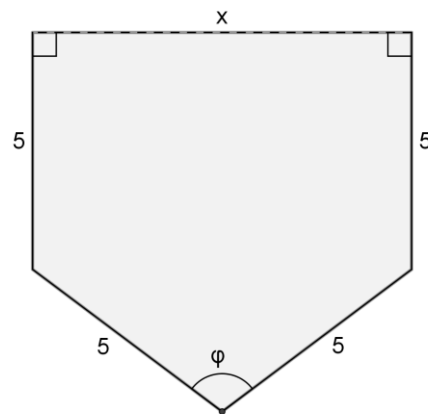


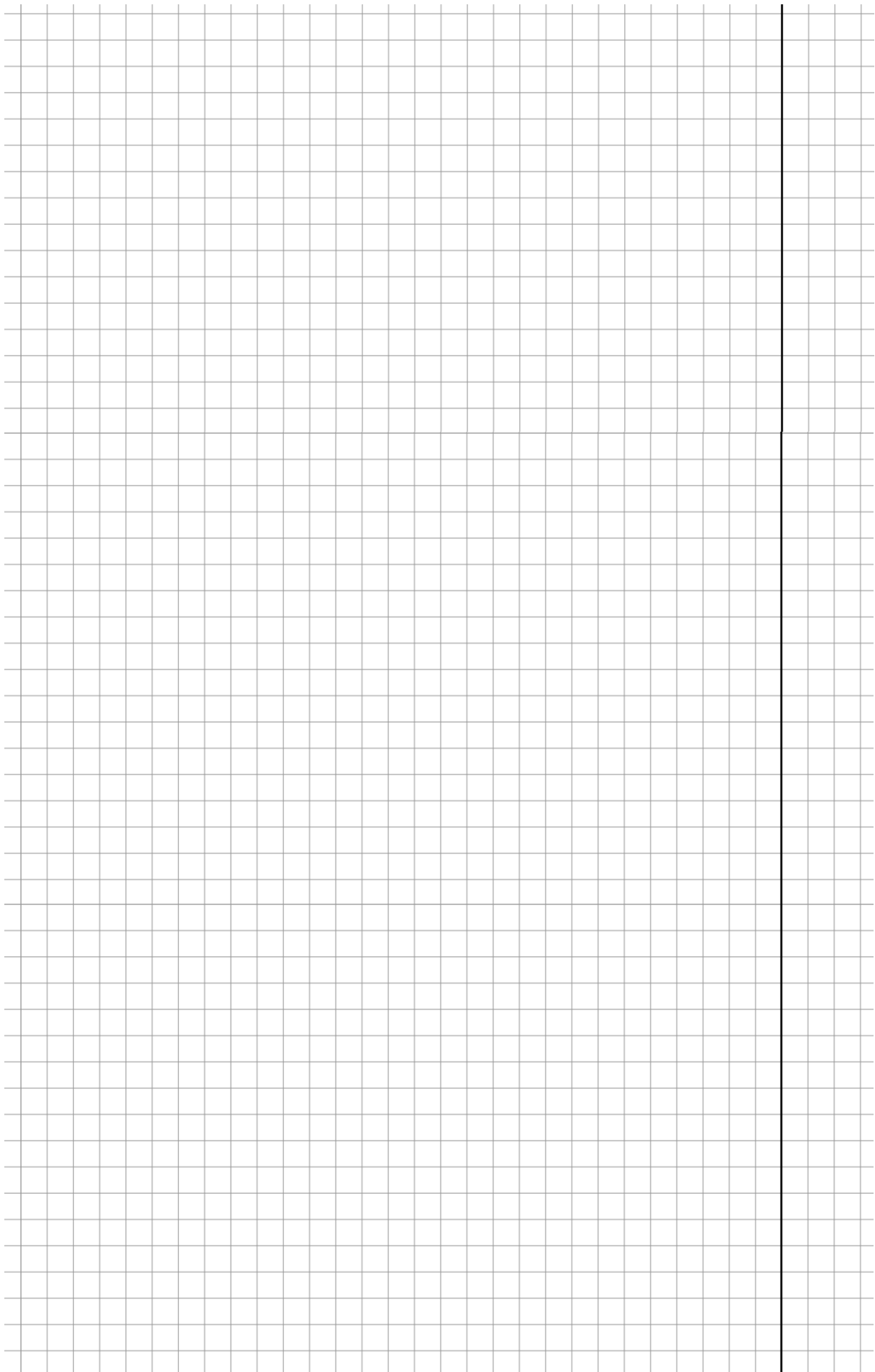
Aufgabe 9

4 Punkte

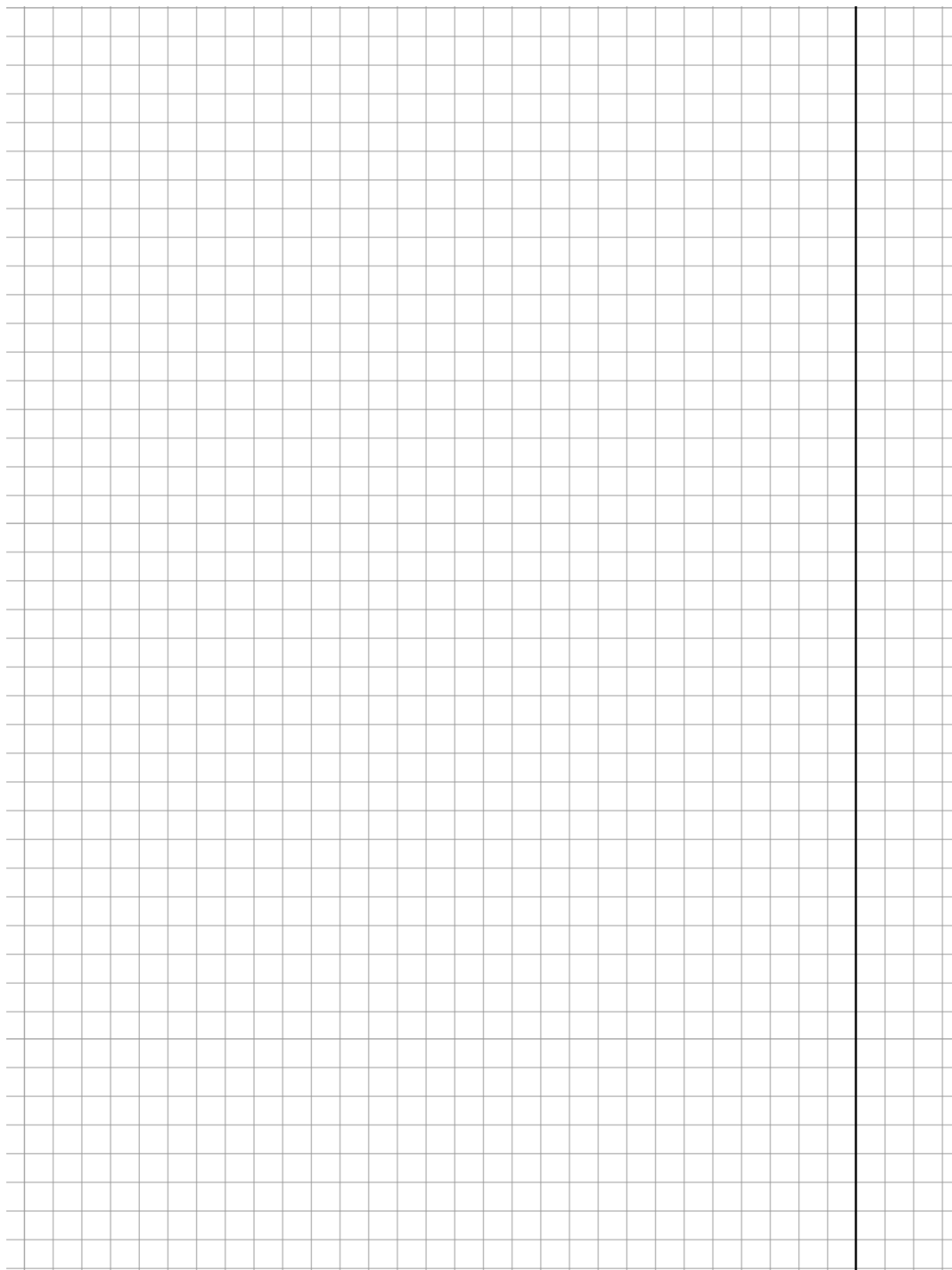
Aus vier Blechen der Breite 5 soll eine Dachrinne angefertigt werden.

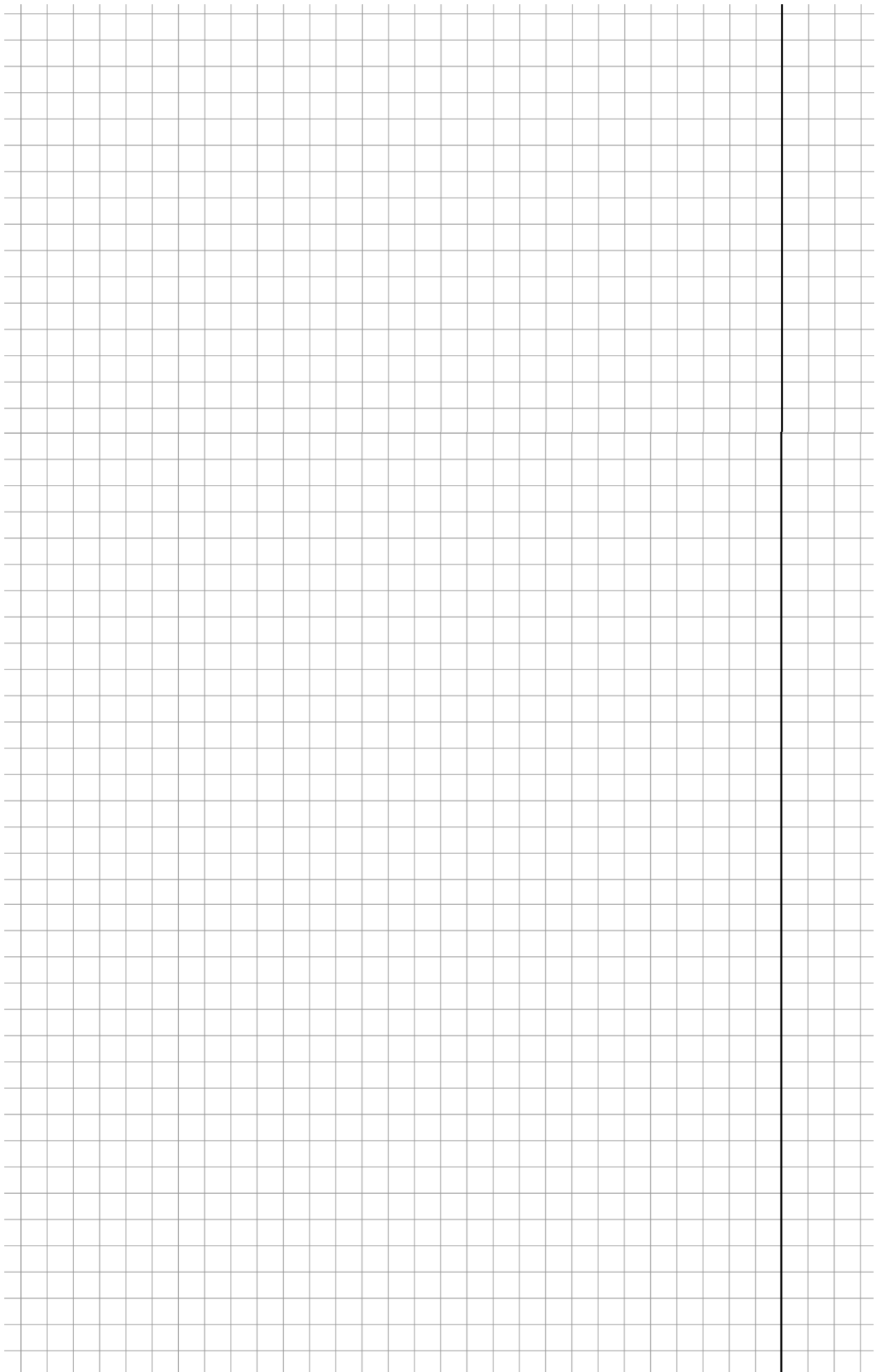
- Berechne die Breite x der Rinne, damit die Querschnittfläche (siehe Figur) extremal wird.
- Welchen Winkel φ schliessen dann die beiden unteren Bleche ein?

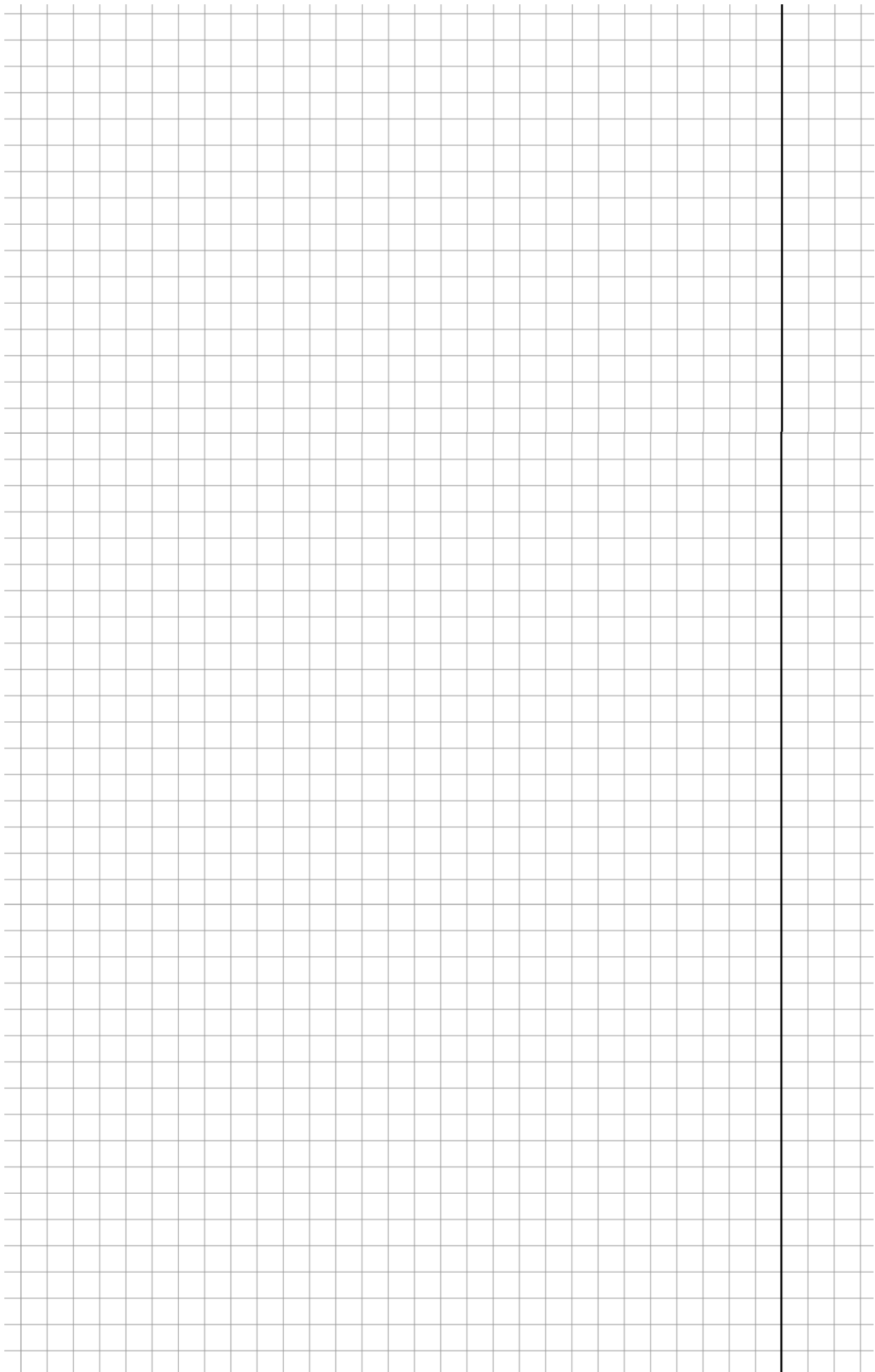




- a) Bestimme den Parameter t so, dass die Punkte $A(0|0|3)$, $B(0|2 + \frac{2}{t}|0)$ und $C(2t + 2|0|0)$ ein gleichschenkliges Dreieck mit der Spitze C bilden.
- b) Es sei nun $t = 2$. Bestimme für diesen Fall eine Parametergleichung der zur z -Achse parallelen Ebene E , welche die Punkte B und C enthält.

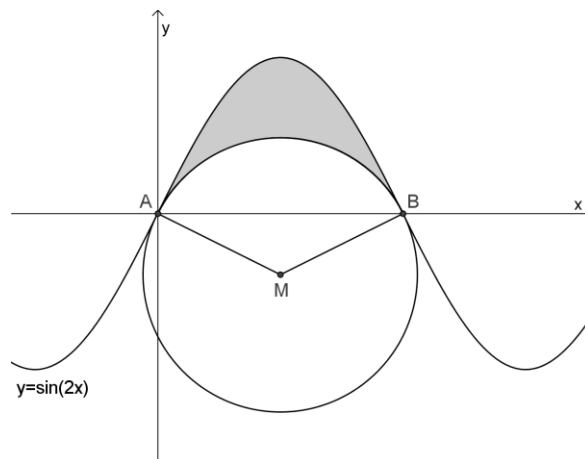


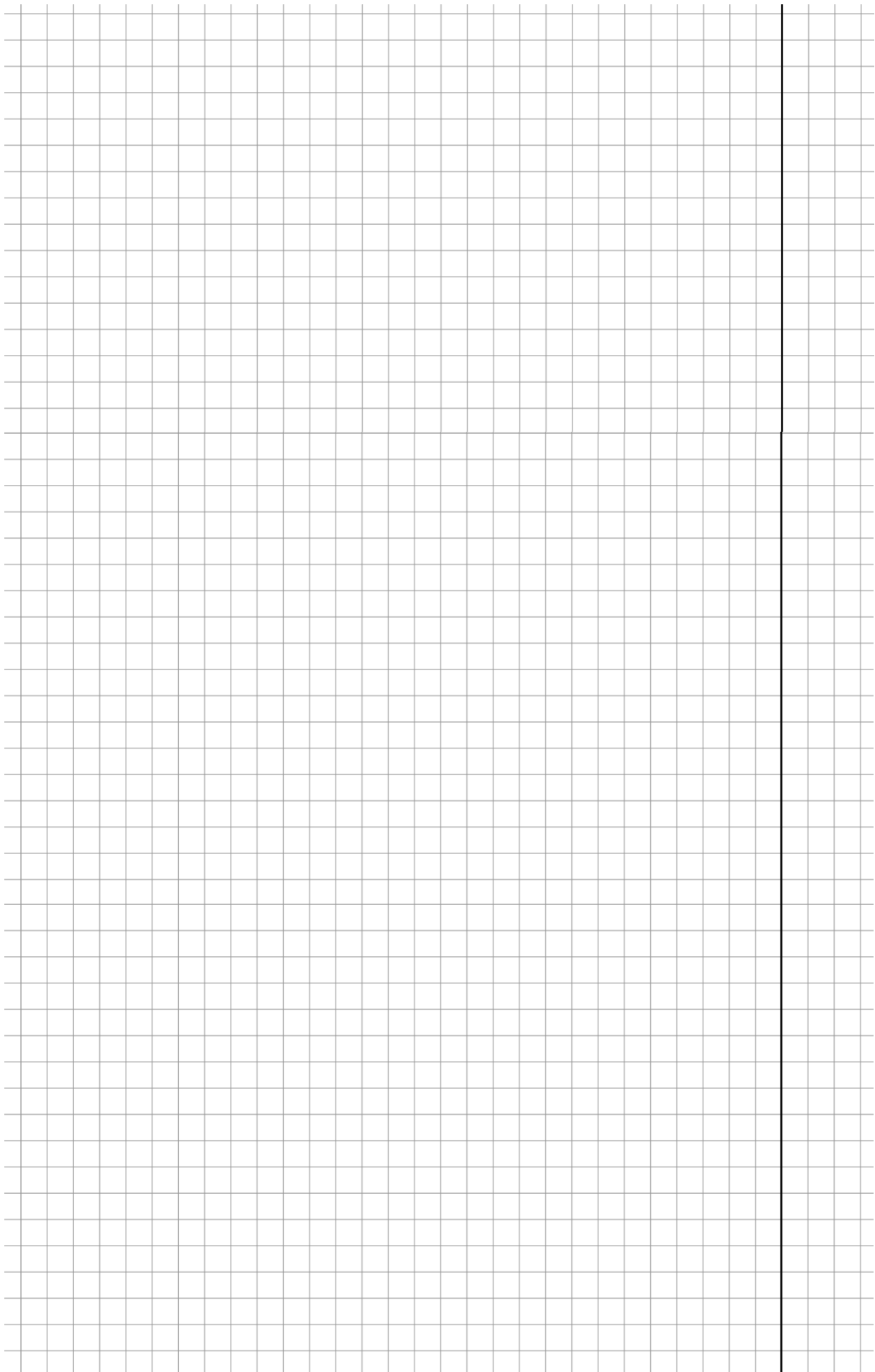




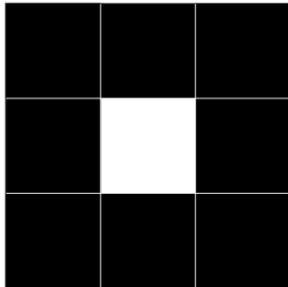
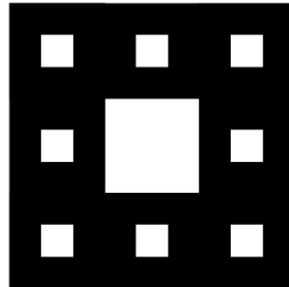
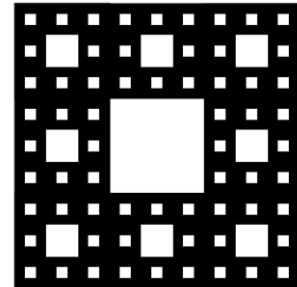
Ein Kreis berührt die Kurve $y = \sin(2x)$ in zwei aufeinander folgenden Nullstellen (siehe Figur).

- a) Berechne die Koordinaten von M und den Winkel AMB.
- b) Berechne den Inhalt der hervorgehobenen Fläche.

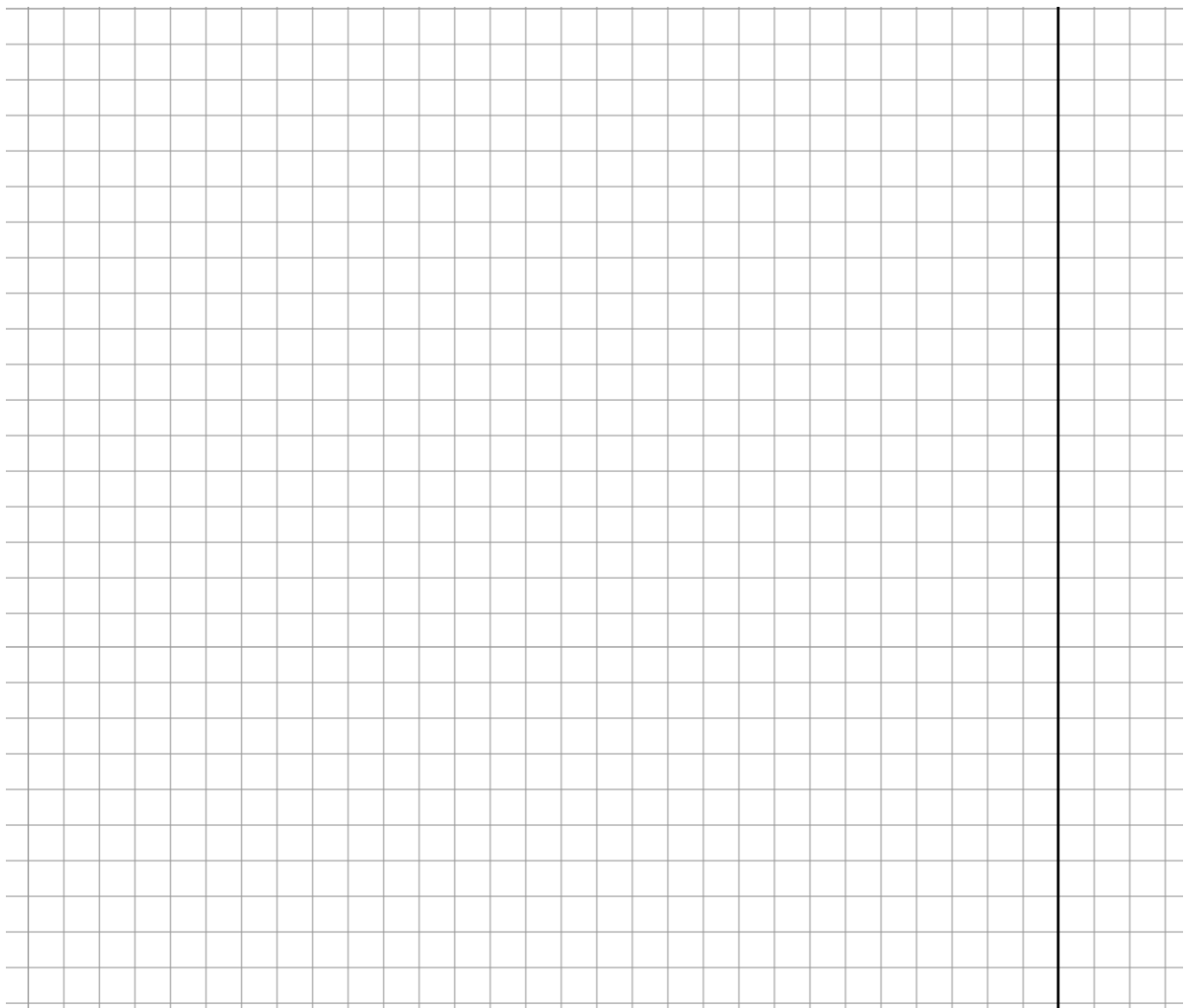


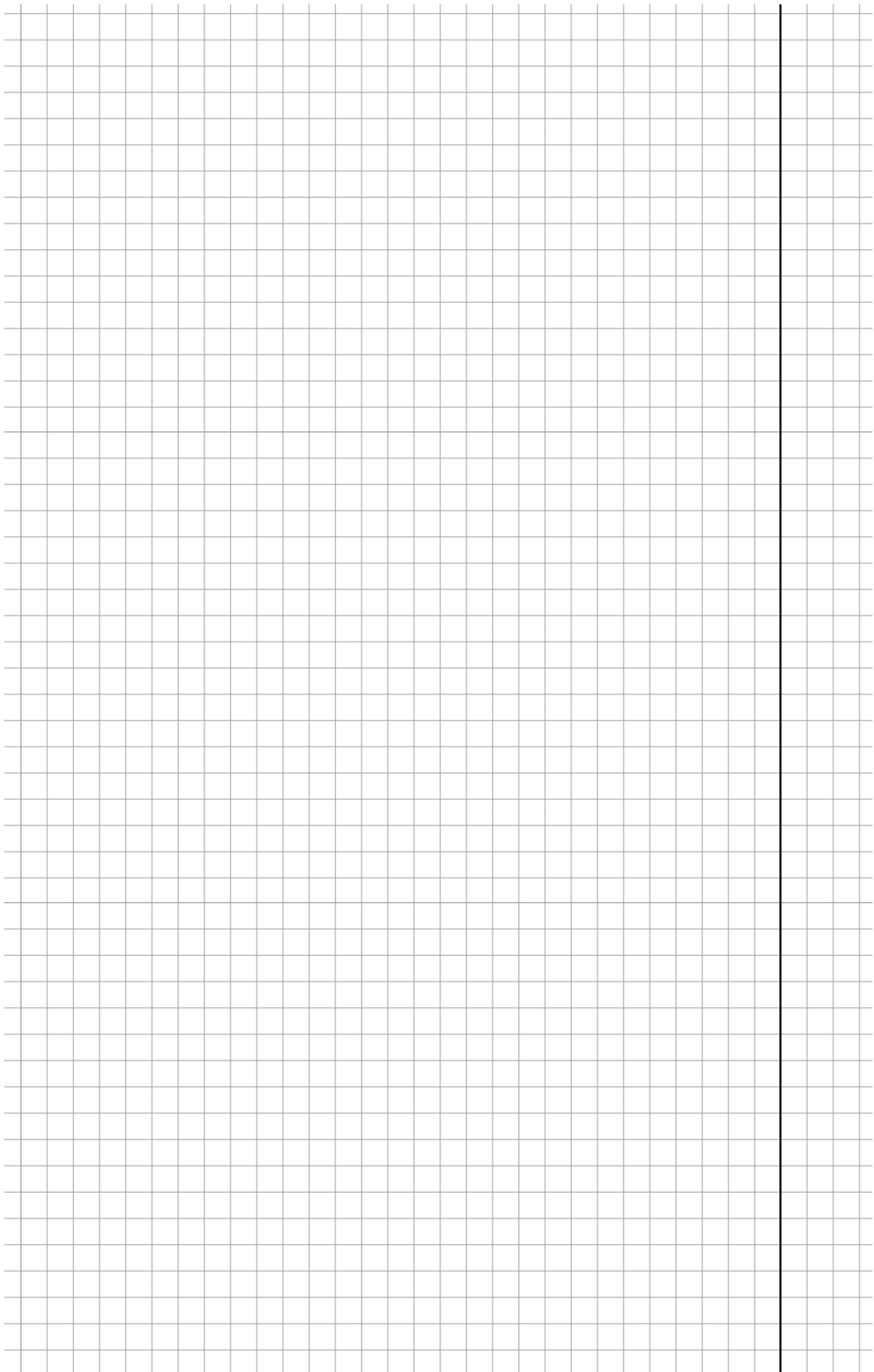


Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge 1 werden Figuren konstruiert, indem ein Quadrat mit einem Neuntel der Fläche im Zentrum entfernt wird. Von den acht übrig gebliebenen Quadraten wird wieder ein Neuntel im Zentrum entfernt, dann ein Neuntel der jeweils übrig gebliebenen Quadrate, und so weiter. Die Figur zeigt die ersten drei Schritte des Verfahrens.

 $n = 1$  $n = 2$  $n = 3$

- a) Welcher Anteil der Fläche wurde in den ersten drei Schritten ($n = 3$) insgesamt entfernt?
b) Wie viele Schritte sind mindestens nötig, damit weniger als 30% der Fläche übrig bleibt?





Gegeben sind die Gerade g durch die Punkte $A(-3|2|-1)$ und $B(-1|-1|-3)$ und die Gerade $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- Zeige: die Geraden g und h sind parallel, aber nicht identisch.
- Gib eine Koordinatengleichung der Ebene E an, die durch g und h aufgespannt wird.
- Zeige: B ist der Lotfußpunkt von $S(3|7|-11)$ auf die Ebene E .
- Wenn das Dreieck ABS um die Achse BS rotiert, entsteht ein Kegel. Berechne das Volumen des Kegels.

