

Die im Unterricht verwendete Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Alle Lösungen müssen ordentlich und nachvollziehbar dargestellt sein. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

5 Punkte

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x}$. Bestimme ihre Nullstellen, Pole, Asymptoten, Extrema (ohne die zweite Ableitung zu berechnen) und skizziere den Graphen der Funktion.

Aufgabe 2

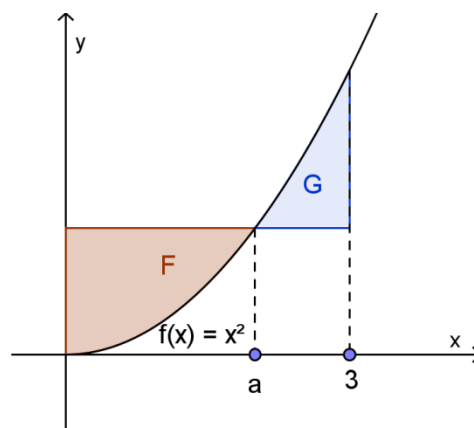
6 Punkte

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2$ ($x \geq 0$).

a) Berechne die Summe $F+G$ der beiden Flächen F und G für den Fall $a=2$.

b) Für welchen Wert von a ist $F=G$?

c) Für welchen Wert von a ist $F+G$ extremal?



Aufgabe 3

5 Punkte

Gegeben sind die Ebene $E: 2x + y - 2z = 0$, der Punkt $A(6 | -2 | 0)$ und der Koordinatenursprung $O(0 | 0 | 0)$.

a) Bestimme die Gleichung der Normalebene zu OA durch den Mittelpunkt von OA . Welche spezielle Lage im Raum hat diese Ebene?

b) Bestimme den Mittelpunkt und den Radius einer Kugel, welche die Ebene E im Ursprung O berührt und durch den Punkt A geht.

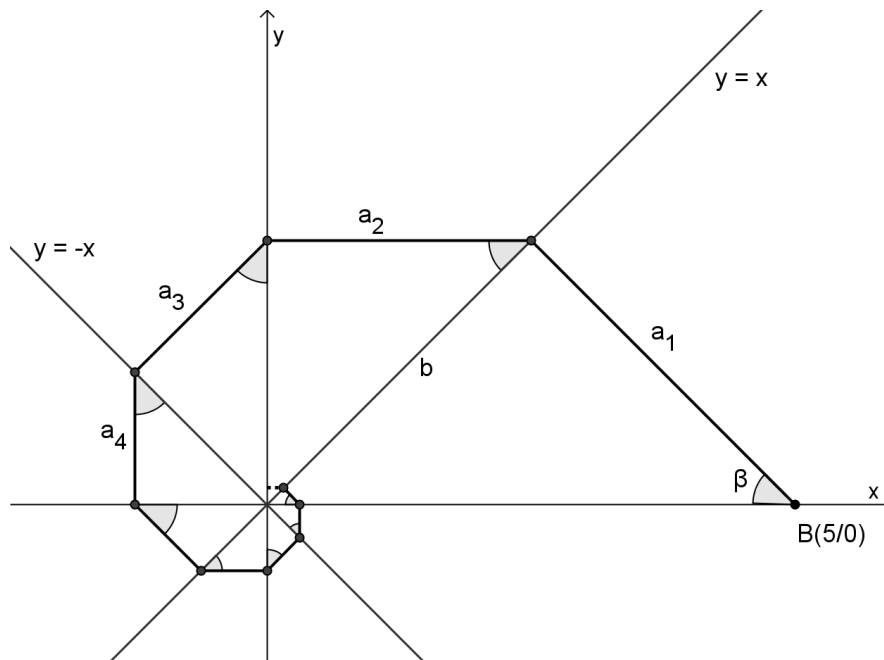
Bitte wenden

Aufgabe 4

4 Punkte

In der nachstehenden Figur sind alle markierten Winkel gleich gross.

- Berechne die Länge der (nicht abbrechenden) Spirale für $\beta = 45^\circ$ und vereinfache das Ergebnis so weit wie möglich.
- Für welche Werte von β wird die Länge der Spirale nicht unendlich?

**Aufgabe 5**

3 Punkte

Gegeben seien die beiden Ebenen $E: x + 2y - 2z - 3 = 0$ und $F: 4x - 3y - 5 = 0$. Bestimme die Mittelpunkte der Kugeln, welche die beiden Ebenen berühren und deren Mittelpunkte auf der y -Achse liegen.

Aufgabe 6

3 Punkte

A und B schießen je ein Mal auf eine Zielscheibe. A ist besser und trifft mit doppelt so grosser Wahrscheinlichkeit wie B. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Scheibe mindestens einen Treffer aufweist, ist $\frac{5}{8}$. Welche Trefferwahrscheinlichkeit hat A?

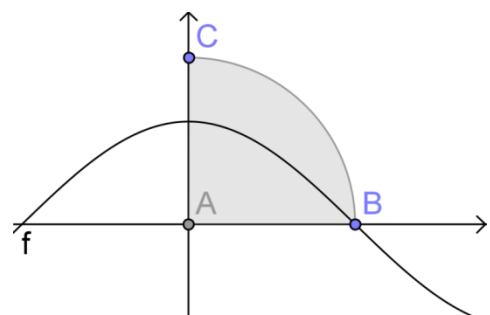
Aufgabe 7

4 Punkte

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung

$$f(x) = a \cdot \cos\left(\frac{1}{2}x\right).$$

- Gib die Koordinaten von B an.
- Bestimme den Parameter a so, dass der Graph von f die Fläche des Viertelkreises halbiert.



Zugelassene Hilfsmittel sind die im Unterricht verwendete Formelsammlung und ein CAS-Taschenrechner. Alle Lösungen müssen ordentlich und nachvollziehbar dargestellt sein. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

3 Punkte

Die Punkte $A(1/2/3)$, $B(-16/32/9)$ und $C(-22/22/42)$ bilden die Ecken eines Dreiecks. Bestimme dessen Form (allgemein, gleichschenkelig, gleichschenkelig-rechtwinklig oder gleichseitig).

Aufgabe 2

5 Punkte

Eine Serie Überraschungseier enthält durchschnittlich in jedem siebten Ei eine besondere Figur. Petra kauft zehn Überraschungseier. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie

- genau 7 von den besonderen Figuren?
- weniger als 2 dieser Figuren?
- mindestens eine solche Figur?
- Wie viele Überraschungseier muss Petra mindestens kaufen, wenn mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% mindestens eine Spezialfigur in den Überraschungseiern enthalten sein soll?

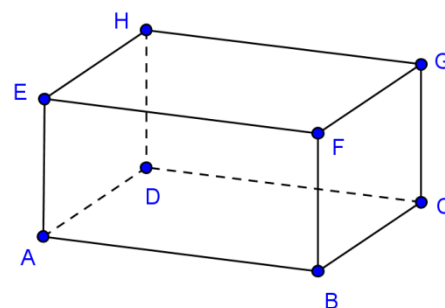
Aufgabe 3

5 Punkte

Von einem Quader $ABCDEFGH$ kennt man die Eckpunkte $A(3/2/-1)$ und $C(-1/4/5)$. Der Punkt B

liege auf der Geraden $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Berechne die Koordinaten von B .



Verwende für die folgende Teilaufgabe nur den Punkt B mit der kleineren z-Koordinate. Falls du bei a) den Punkt B nicht gefunden hast, verwende den falschen Punkt $B^*(-2/1/1)$.

- Der Eckpunkt F liegt in der Ebene $E: 4x + 8y + 5z - 38 = 0$. Berechne seine Koordinaten.

Bitte wenden

Aufgabe 4

4 Punkte

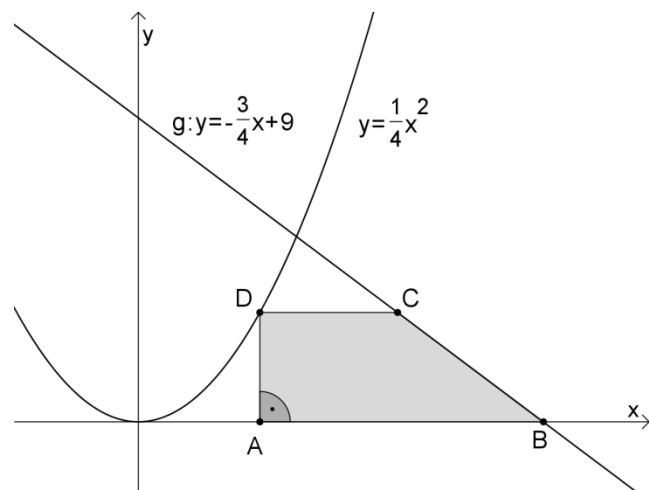
Ein Floh hüpft auf einer geraden Linie vorwärts. Sein erster Sprung geht genau 1m weit. Weil das Hüpfen aber anstrengend ist, wird er dabei müde und seine Sprungweite nimmt ab.

- Angenommen, seine Sprungweite nimmt bei jedem Sprung um den gleichen Prozentsatz ab. Wie hoch darf der prozentuale Leistungsverlust höchstens sein, damit er nach 20 Sprüngen mindestens 17 Meter weit gesprungen ist. (Die Gleichung ist mit dem CAS-Rechner zu lösen.)
- Stell dir nun vor, der Floh würde bei jedem Sprung 1.25 cm weniger weit springen als beim vorhergehenden Sprung, bis er nicht mehr vorwärts hüpft. Wie lang ist dann der gesamte von ihm zurückgelegte Weg?

Aufgabe 5

4 Punkte

Bestimme den Punkt A mit positiver x -Koordinate so, dass das Trapez $ABCD$ extremalen Flächeninhalt hat.

**Aufgabe 6**

5 Punkte

Eine Schnapsbrennerei verkauft ihre Produkte in kleinen Holzfässchen, deren Dauben (Bretter) die Form von Parabelstücken haben. Der Radius des Deckels und Bodens beträgt dabei immer 4cm, der des Querschnitts in der Mitte immer 5cm.

- Welches Volumen hat ein solches Fass, wenn seine Höhe 8cm beträgt?
 - Welche Höhe h hat ein Fässchen, das genau einen Liter Schnaps fasst?
- Integration mit CAS-Rechner erlaubt.

