

Die im Unterricht verwendete Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Alle Lösungen müssen ordentlich und nachvollziehbar dargestellt sein. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

5 Punkte

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x}$.

Bestimme von der Funktion f die Nullstellen, Pole, Asymptoten, Extrema (ohne die zweite Ableitung zu berechnen) und skizziere den Graphen der Funktion.

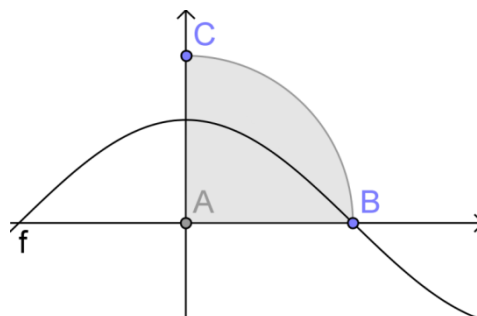
Aufgabe 2

4 Punkte

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung

$$f(x) = a \cdot \cos\left(\frac{1}{2}x\right).$$

- Gib die Koordinaten von B an.
- Bestimme den Parameter a , sodass der Graph von f die Fläche des Viertelkreises halbiert.



Aufgabe 3

5 Punkte

Gegeben sind die Ebene $E: 2x + y - 2z = 0$ der Punkt $A(6|-2|0)$ und der Koordinatenursprung $O(0|0|0)$.

- Bestimme die Gleichung der Normalebene zu OA durch den Mittelpunkt von OA . Welche spezielle Lage im Raum hat diese Ebene?
- Bestimme den Mittelpunkt und den Radius einer Kugel, welche die Ebene E im Ursprung O berührt und durch den Punkt A geht.

Aufgabe 4

4 Punkte

Bestimme die Art, die Halbachsen und die Hauptachsenrichtung des Kegelschnitts

$$x^2 - 2\sqrt{3}xy - y^2 - 4 = 0$$

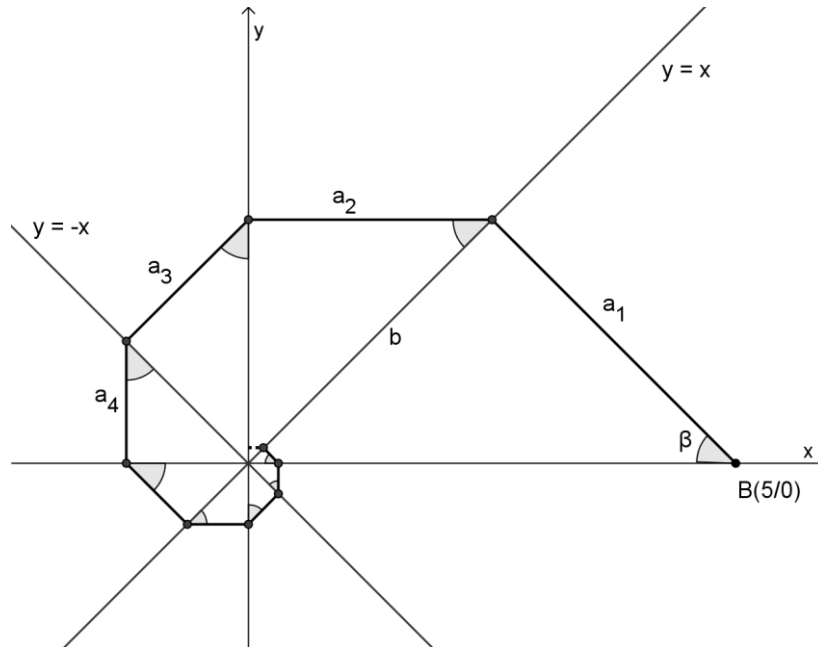
Bitte wenden

Aufgabe 5

4 Punkte

In der nachstehenden Figur sind alle markierten Winkel gleich gross.

- Berechne die Länge der (nicht abbrechenden) Spirale für $\beta = 45^\circ$. Stelle das Resultat ohne Wurzel im Nenner dar.
- Für welche Werte von β konvergiert die Länge der Spirale?

**Aufgabe 6**

3 Punkte

Gegeben seien die beiden Ebenen $E: x + 2y - 2z - 3 = 0$ und $F: 4x - 3y - 5 = 0$. Bestimme die Mittelpunkte der Kugeln, welche die beiden Ebenen berühren und deren Mittelpunkt auf der y -Achse liegt.

Aufgabe 7

3 Punkte

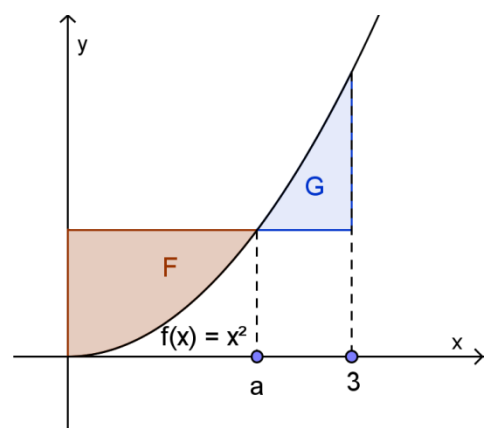
A und B schießen je ein Mal auf eine Zielscheibe. A ist besser und trifft mit doppelt so grosser Wahrscheinlichkeit wie B. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Scheibe mindestens einen Treffer aufweist, ist $\frac{5}{8}$. Welche Trefferwahrscheinlichkeit hat A?

Aufgabe 8

4 Punkte

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2$ ($x \geq 0$)

- Berechne die Summe $F + G$ der beiden Flächen F und G , für den Fall $a = 2$.
- Für welchen Wert von a ist $F = G$?



Zugelassene Hilfsmittel sind die im Unterricht verwendete Formelsammlung und ein CAS-Taschenrechner. Alle Lösungen müssen ordentlich und nachvollziehbar dargestellt sein. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

3 Punkte

Die Punkte $A(1|2|3)$, $B(-16|32|9)$ und $C(-22|22|42)$ bilden die Ecken eines Dreiecks. Bestimme dessen Form (allgemein, gleichschenkelig, gleichschenkelig-rechtwinklig oder gleichseitig).

Aufgabe 2

5 Punkte

Eine Serie Überraschungseier enthält durchschnittlich in jedem siebten Ei eine besondere Figur. Petra kauft zehn Überraschungseier. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie

- genau 7 von den besonderen Figuren?
- weniger als 2 dieser Figuren?
- mindestens eine solche Figur?
- Wie viele Überraschungseier muss Petra mindestens kaufen, wenn mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% mindestens eine Spezialfigur in den Überraschungseiern enthalten sein soll?

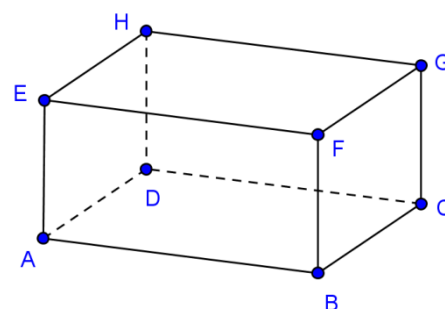
Aufgabe 3

5 Punkte

Von einem Quader $ABCDEFGH$ kennt man die Eckpunkte $A(3|2|-1)$ und $C(-1|4|5)$. Der Punkt B liege auf der

Geraden $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Berechne die Koordinaten von B .



Verwende für die folgende Teilaufgabe nur den Punkt B mit der kleineren z -Koordinate.

Falls du bei a) B nicht gefunden hast, verwende den falschen Punkt $B^*(-2|1|1)$.

- Der Eckpunkt F liegt in der Ebene $E: 4x + 8y + 5z - 38 = 0$. Berechne seine Koordinaten.

Bitte wenden

Aufgabe 4

4 Punkte

Ein Floh hüpft auf einer geraden Linie vorwärts. Sein erster Sprung geht genau 1 m weit. Weil das Hüpfen aber anstrengend ist, wird er dabei müde und seine Sprungweite nimmt ab.

- Angenommen, seine Sprungweite nimmt bei jedem Sprung um den gleichen Prozentsatz ab. Wie hoch darf der prozentuale Leistungsverlust höchstens sein, damit er nach 20 Sprüngen mindestens 17 Meter weit gesprungen ist. (Die entstehende Gleichung darf mit dem Taschenrechner gelöst werden.)
- Stell dir nun vor, der Floh würde bei jedem Sprung 1,25 cm weniger weit springen als beim vorhergehenden Sprung, bis er nicht mehr vorwärts hüpft. Wie lang ist der zurückgelegte Weg?

Aufgabe 5

5 Punkte

- Herr Alt zahlt am jährlich am Jahresende Fr. 8'000.-- auf ein Vorsorgekonto bei einer Bank ein - erstmals am 31.12.1995 und letztmals am 31.12.2010. Der Zinsfuß beträgt 2%. Wie gross ist das Guthaben von Herrn Alt am 31.12.2011?
- Am 1. Januar 2012 bezieht Herr Alt erstmals, und danach in Abständen von jeweils 2 Jahren Fr. 16'000.-- vom Vorsorgekonto. Der Zinsfuß ab 1. Januar 2012 beträgt 3%. Wie viel Geld befindet sich 31.12.2029 auf dem Konto?

Aufgabe 6

3 Punkte

Im Brennpunkt $F(5|0)$ der Hyperbel $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ liegt die Spitze C eines gleichschenkligen Dreiecks ABC . Die Ecken A und B haben die gleiche positive x -Koordinate. Sie liegen auf der Hyperbel. Bestimme ihre Koordinaten, sodass die Dreiecksfläche 10 beträgt. (Die entstehende Gleichung darf mit dem Taschenrechner gelöst werden.)

Aufgabe 7

4 Punkte

Bestimme den Punkt A mit positiver x -Koordinate, so dass das Trapez $ABCD$ extremalen Flächeninhalt hat.

