

Die Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

**Aufgabe 1**

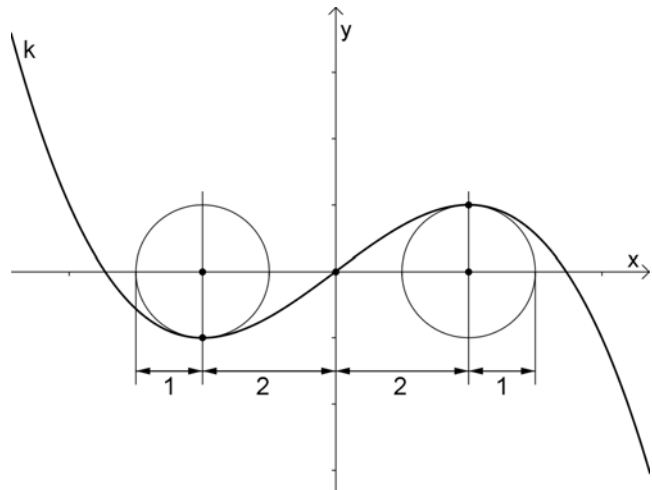
3 Punkte

Der Grenzwert einer geometrischen Reihe ist 1,8-mal so gross wie die Summe der ersten zwei Glieder der zugehörigen geometrischen Folge. Berechne den Quotienten dieser geometrischen Folge.

**Aufgabe 2**

4 Punkte

Die in der nebenstehenden Figur abgebildete Kurve  $k$  ist der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades. Bestimme die Funktionsgleichung.



**Aufgabe 3**

4 Punkte

$C(1|10|0)$  ist die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks. Seine Basis  $\overline{AB}$  liegt auf der

Geraden  $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$  und hat die Länge  $\overline{AB} = 14$ .

- Bestimme die Koordinaten des Fusspunktes der Höhe durch  $C$ .
- Berechne die Koordinaten von  $A$  und  $B$ .

**Aufgabe 4**

4 Punkte

Berechne

$$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 6x + 10} dx$$

Bitte wenden

**Aufgabe 5**

5 Punkte

- a) Berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .
- b) Bestimme die Art des Kegelschnitts  $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2\sqrt{5}x - \sqrt{5}y = 0$  und zeichne ihn.

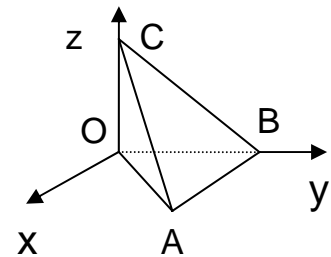
**Aufgabe 6**

5 Punkte

Gegeben: Tetraeder

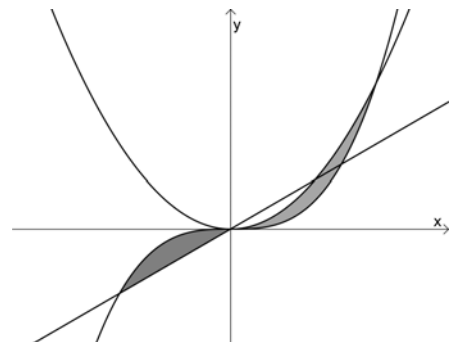
$$O(0|0|0), A(3|-4|0), B(-1|-1|0), C(0|0|5)$$

- a) Stelle die Koordinatengleichungen der Ebenen  $[OAC]$  und  $[ABC]$  auf.
- b) Bestimme Mittelpunkt und Radius der Inkugel des Tetraeders.

**Aufgabe 7**

4 Punkte

Die nebenstehende Figur zeigt Ausschnitte der Graphen der Funktionen  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = x^2$  und  $h(x) = a \cdot x$ . Wie gross muss  $a$  gewählt werden, damit die Inhalte der beiden hervorgehobenen Flächen gleich gross sind?

**Aufgabe 8**

4 Punkte

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 2 + a \cdot \sin(x)$ .

- a) Bestimme  $a$  so, dass die Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = \frac{\pi}{4}$  die Steigung  $\sqrt{2}$  hat.
- b) Berechne den Flächeninhalt, den der Graph von  $f$  im ersten Quadranten bis zur ersten positiven Nullstelle mit den Koordinatenachsen einschliesst.  
Wer (a) nicht lösen konnte, nimmt  $f(x) = 5 + 5 \cdot \sin(x)$ .

Zugelassen sind die Formelsammlung und der Rechner. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

**Aufgabe 1**

3 Punkte

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neugeborenes ein Knabe ist, beträgt 51,4%.

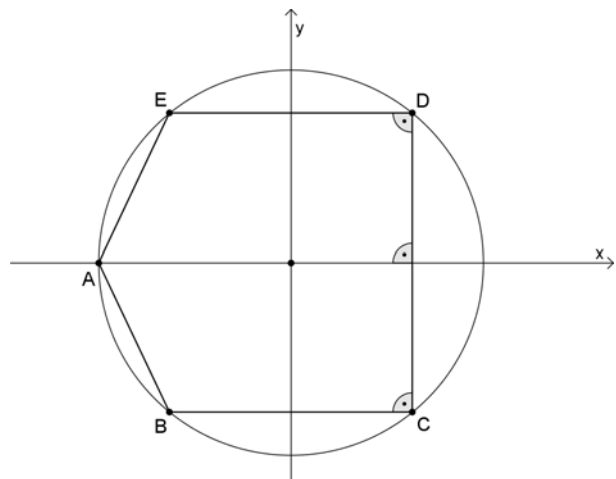
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Neugeborenen beides Knaben sind?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass von 60 Neugeborenen genau 24 Mädchen sind.

**Aufgabe 2**

4 Punkte

Einem Kreis mit Radius 1 ist ein Fünfeck gemäss nebenstehender Figur mit extremer Fläche einzu- beschreiben.

Berechne die x-Koordinate von D.

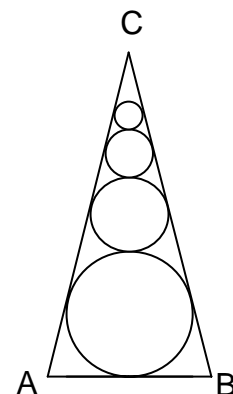


**Aufgabe 3**

5 Punkte

Dem gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  mit der Basis  $\overline{AB} = 10$  und den Schenkeln  $\overline{AC} = \overline{BC} = 41$  sind unendlich viele Kreise gemäss nebenstehender Figur einbeschrieben.

- Berechne den Radius des grössten Kreises.
- Berechne die Summe der Umfänge aller Kreise.
- Berechne die Summe der Flächeninhalte aller Kreise.



Bitte wenden

**Aufgabe 4**

5 Punkte

Die Punkte  $A(0|1|0)$ ,  $B(1|1|1)$ ,  $C(2|-3|0)$  und  $D$  sind die Ecken einer Pyramide  $ABCD$ . Die

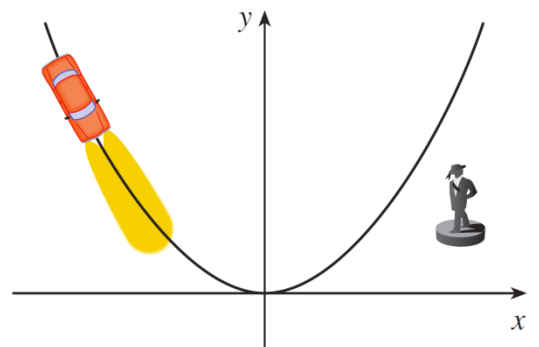
Ecke  $D$  liegt auf der Geraden  $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$ .
- Für welche Punkte  $D$  auf  $g$  ist das Pyramidenvolumen gleich 1?

**Aufgabe 5**

4 Punkte

Ein Auto startet nachts 100m westlich und 100m nördlich des Ursprungs. Es fährt auf einer parabelförmigen Kurve, deren Scheitel im Ursprung liegt. 100m östlich und 50m nördlich des Ursprungs steht eine Statue. In welchem Punkt der Strasse wird das Auto die Statue beleuchten?

**Aufgabe 6**

4 Punkte

Berechne die Steigungen der beiden Tangenten, die man vom Ursprung aus an den Kreis  $(x-13)^2 + (y-13)^2 = 49$  legen kann.

**Aufgabe 7**

4 Punkte

Ein Würfel wird fünfmal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

- mindestens eine Sechs,
- mindestens zwei Sechsen,
- lauter verschiedene Augenzahlen gewürfelt werden.

**Aufgabe 8**

4 Punkte

Die Ebene  $E_1: 4x + 3y + 2z + 1 = 0$ ,  $E_2: x + 2y + 3z + 4 = 0$  und  $E_3: x + 3y + cz = 0$  besitzen parallele Schnittgeraden.

Bestimme  $c$ .

