

Die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

**Aufgabe 1**

**4 Punkte**

a) Bestimme die Gleichung der Wendetangente der Kurve mit der Gleichung

$$y = \frac{8}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$$

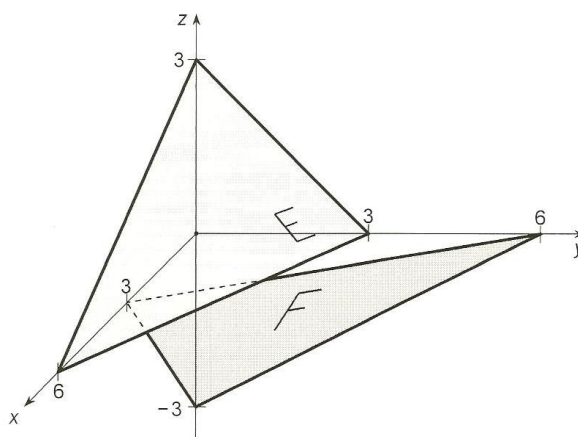
b) Wie viele Extrema hat die Funktion  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ ?

**Aufgabe 2**

**5 Punkte**

Zwei Ebenen E und F sind durch ihre Achsenabschnitte gegeben (siehe Zeichnung).

- Bestimme die Koordinatengleichungen von E und F.
- Welchen Abstand hat der Ursprung von den beiden Ebenen?
- Berechne den Winkel, unter dem sich die beiden Ebenen schneiden.
- Bestimme eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden von E und F.



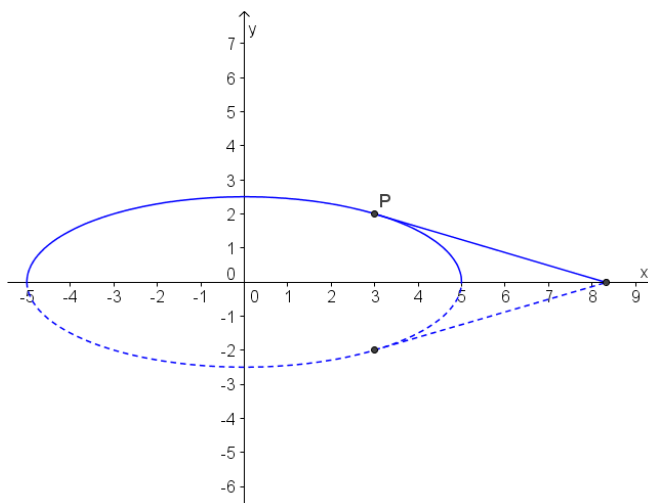
**Aufgabe 3**

**5 Punkte**

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{25 - x^2}$$

- Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Berührungspunkt P(3/f(3)).
- Durch Rotation des Graphen von f und einem Stück der Tangente (siehe Figur) um die x-Achse entsteht ein stromlinienförmiger Körper. Berechne sein Volumen.



**Bitte wenden**

### Aufgabe 4

5 Punkte

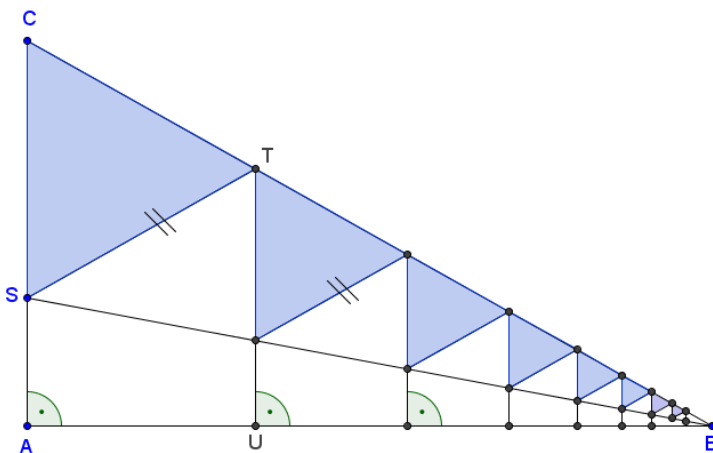
Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{r} = t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  und der Punkt  $P(-2/5/0)$ .

- Berechne den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden  $g$ .
- $\alpha$  sei der Winkel zwischen der  $x$ -Achse und  $g$ . Bestimme  $\cos(\alpha)$  und  $\sin(\alpha)$ .
- Welche Punkte auf der  $x$ -Achse haben von  $g$  den Abstand  $\sqrt{5}$ ?

### Aufgabe 5

3 Punkte

In der nebenstehenden Figur gilt:



$$\overline{AB} = 8 \quad \overline{AC} = 4,5$$

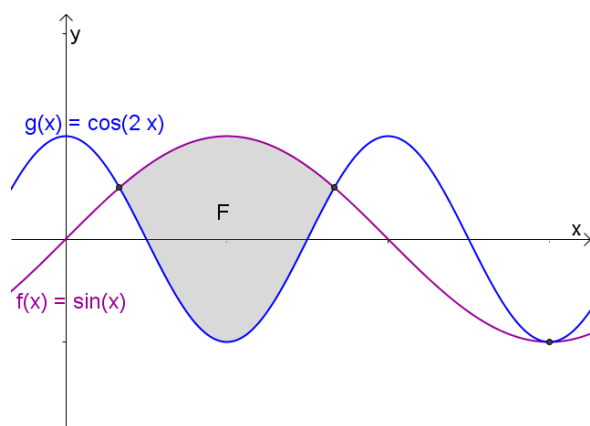
$$\overline{AS} = \frac{1}{3} \overline{AC} \quad \overline{CT} = \frac{1}{3} \overline{CB}$$

- Berechne die Länge der Strecke  $\overline{AU}$ .
- Berechne die Summe der Flächeninhalte der unendlich vielen grau markierten Dreiecke.

### Aufgabe 6

5 Punkte

- In der nebenstehenden Figur sind drei gemeinsame Punkte der beiden Kurven sichtbar. Berechne ihre Koordinaten.  
Hinweis:  $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$
- Berechne den Flächeninhalt  $F$  der markierten Fläche.



### Aufgabe 7

4 Punkte

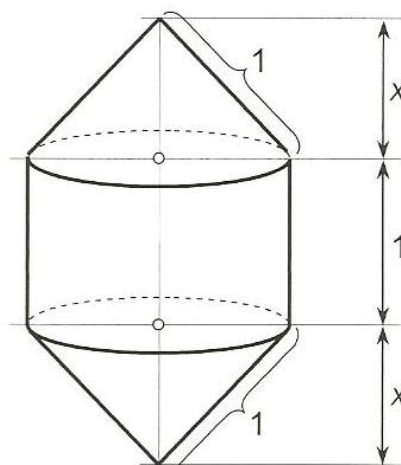
Eine Ebene  $\varepsilon$  mit den Achsenabschnitten  $x = y = 8$  berührt die Kugel  $K: x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 8 = 0$ . Bestimme ihren  $z$ -Achsenabschnitt (alle Lösungen angeben).

Zugelassen sind die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau und der Taschenrechner TI-89. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

**Aufgabe 1**

4 Punkte

Einem Kreiszyylinder mit der Höhe 1 wird oben und unten ein Kegel angefügt. Die Mantellinie des Kegels hat ebenfalls die Länge 1. Berechne  $x$ , so dass das Gesamtvolumen möglichst gross wird.



**Aufgabe 2**

3 Punkte

Die Summe  $81 + 79 + 77 + 75 + \dots + x$  beträgt 1600.  $x = ?$

**Aufgabe 3**

2 Punkte

Jemand zahlt am Jahresanfang jeweils Fr. 6365.-- auf ein Vorsorgekonto ein, das zu 2,25% verzinst wird. Wie viele Einzahlungen müssen mindestens vorgenommen werden, um das Sparziel von Fr. 100'000.-- zu übertreffen?

**Aufgabe 4**

4 Punkte

a) Die beiden gleich langen Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ z \end{pmatrix}$  stehen senkrecht

aufeinander. Berechne  $y$  und  $z$  (es ist nur die Lösung mit ganzzahligen Werten anzugeben).

b) Bestimme einen Vektor  $\vec{c}$  mit gleicher Länge, der auf  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  senkrecht steht.

Bitte wenden

**Aufgabe 5**

4 Punkte

Bestimme den Schnittwinkel der Kurven  $y = \tan(x)$  und  $y = \sqrt{2} \cdot \sin(x)$ ,  $x \in [0, \pi[$ .

**Aufgabe 6**

5 Punkte

Von einem Trapez ABCD ( $AB \parallel CD$ ) kennt man drei Ecken  $A(-3/1/1)$ ,  $B(-5/2/3)$  und  $C(-5/5/6)$ . Die vierte Ecke D liegt in der  $xy$ -Ebene. Berechne

- die Koordinaten von D,
- den Winkel  $\beta$  und
- den Flächeninhalt des Trapezes.

**Aufgabe 7**

5 Punkte

Die Wirtschaftskrise trifft Suistan hart. Zu den 100'000 Arbeitslosen vom Dezember 2008 kommen ab Januar 2009 monatlich neue Arbeitslose hinzu. Experten gehen von einer 2 Jahre dauernden Rezession aus. Sie befürchten eines von zwei möglichen Szenarien:

Szenario 1: Im Januar 2009 steigt die Arbeitslosigkeit um 2000 Personen, danach werden jeden Monat 400 Personen mehr als im Vormonat arbeitslos.

Szenario 2: Im Januar 2009 steigt die Arbeitslosigkeit um 2000 Personen, danach werden jeden Monat 10% mehr Personen als im Vormonat arbeitslos.

- Mit welcher Anzahl an Arbeitslosen muss per Ende 2010 bei beiden Szenarien gerechnet werden?
- Ab welchem Monat ist die Arbeitslosenzahl gemäss Szenario 1 kleiner als gemäss Szenario 2?

**Aufgabe 8**

4 Punkte

$A(a/e^a)$  sei ein Punkt der Kurve  $y = e^x$ ,  
 $t$  die Kurventangente im Punkt A.

- Berechne die Länge der Strecke  $\overline{BC}$ .
- Für welchen Wert von  $a$  hat die markierte Fläche den Flächeninhalt 2?

