

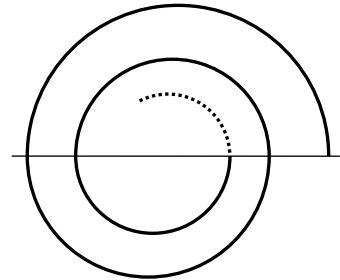
Die Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

4 Punkte

Zwei Spiralen setzen sich aus lauter Halbkreisen zusammen, deren Radien r_1, r_2, r_3, \dots nach und nach abnehmen. Der erste Radius beträgt $r_1 = 100$ cm.

- Bei der ersten Spirale nimmt der Radius jedes Mal um 1 cm ab, d.h. $r_1 = 100$ cm, $r_2 = 99$ cm, $r_3 = 98$ cm usw., bis der Radius 0 wird und die Spirale endet.
- Die zweite Spirale besteht aus unendlich vielen Halbkreisen, deren Radien jedes Mal um 2% abnehmen.



Welche Spirale ist länger und um wie viel Prozent?

Aufgabe 2

5 Punkte

Gegeben: Punkte A(3/ -2/ 1), B(6/ 0/ 1), C(6/ 2/ 2)

Gesucht: Punkte D, so dass AD senkrecht auf der Ebene E[A B C] steht und das Tetraeder

ABCD das Volumen $\frac{49}{2}$ hat.

Aufgabe 3

6 Punkte

- a) Bestimme die Kurve, auf der die Wendepunkte der Funktionen $f_a(x) = a - x e^x$ liegen.
- b) Diskutiere die Funktion f_2 und zeichne ihren Graphen.
- c) Berechne die Fläche zwischen dem Graphen von f_2 und der x-Achse.

Aufgabe 4

8 Punkte

Gegeben: Gerade $g : \vec{r} = t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, Punkt P(-2/ 5/ 0)

- a) Bestimme den Abstand des Punktes P von der Geraden g (ohne Fusspunkt).
- b) Welche Bedingungen erfüllen die Koordinaten eines Punktes P in der xy-Ebene, welcher den Abstand 5 von g hat?
- c) Beschreibe die Kurve, auf der sich der Punkt P aus b) bewegt, möglichst genau.
Hinweis: Falls du b) nicht lösen kannst, beschreibe die Kurve $7x^2 + 10xy + 7y^2 = 288$.

Bitte wenden!

Aufgabe 5

4 Punkte

Berechne die Fläche zwischen den Kurven $y = \sin x$ und $y = \sqrt{3} \cdot \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$.

Aufgabe 6

6 Punkte

Betrachte die Funktion $x \mapsto y = \left(1 - \frac{1}{x}\right) \sqrt{3-x}$.

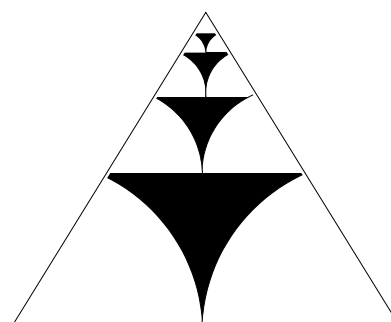
- Diskutiere die Funktion (nur mit Hilfe der ersten Ableitung) und zeichne ihren Graphen.
- Die Fläche zwischen dem Graphen und der x-Achse rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

Zugelassen sind die Formelsammlung und der Taschenrechner Voyage 200 oder TI-89. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

4 Punkte

Wie viel Prozent macht die markierte Fläche (die aus unendlich vielen Teilflächen besteht) von der Fläche des gleichseitigen Dreiecks aus?



Aufgabe 2

4 Punkte

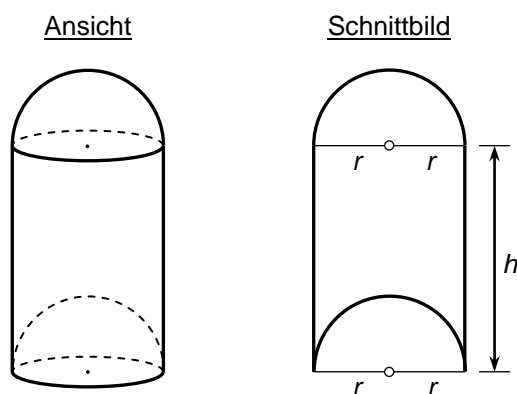
Gegeben sind die Punkte A(-4/ 3/ 0) und B(0/ 4/ -1).
Bestimme einen Punkt C auf der x-Achse, so dass $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ ist.

Aufgabe 3

4 Punkte

Ein Druckbehälter aus Blech (z. B. Gaskartusche) ist stark vereinfacht ein Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel. Der Boden ist eine nach innen gewölbte Halbkugel.

Berechne r , so dass der Behälter ein Volumen von 1 l besitzt und seine Oberfläche möglichst klein wird (minimaler Materialverbrauch).



Aufgabe 4

6 Punkte

Ein Kreis geht durch die Punkte A(-3/ -2) und B(1/ 6) und berührt die Gerade $g : 4x + 3y - 32 = 0$.

Bestimme den Mittelpunkt M und den Radius r des Kreises. Reduziere das Gleichungssystem auf *eine* Gleichung für r .

Hinweis: M liegt auf der gleichen Seite von g wie A und B.

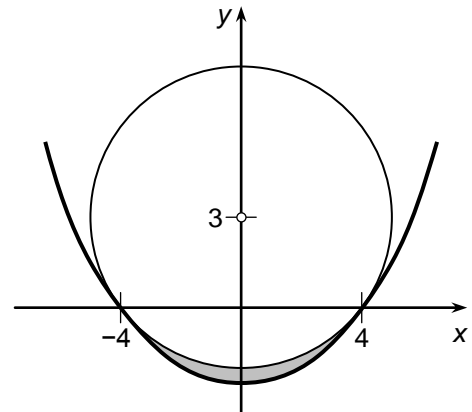
Bitte wenden!

Aufgabe 5

6 Punkte

Die eingezeichnete Parabel berührt den Kreis bei $x = \pm 4$.

- Bestimme die Parabelgleichung.
- Berechne den Flächeninhalt des markierten Gebietes zwischen Kreis und Parabel.

**Aufgabe 6**

5 Punkte

Der neue Trainer eines Sportvereins erhält den folgenden Vertrag:

Nebst der ordentlichen Entlohnung wird zu Beginn jeder Spielsaison (die Spielsaison ist mit dem Kalenderjahr deckungsgleich) eine Prämie von Fr. 12'000.- auf ein Sperrkonto, das zu 3% verzinst wird, einbezahlt. Zusätzlich erhält er für jeden Titelgewinn zu Beginn des Folgejahres eine zusätzliche Prämie, die ebenfalls auf das Sperrkonto einbezahlt wird. Bei Anstellungsende erhält der Trainer den Inhalt des Sperrkontos.

Der Trainer verlässt den Verein am Ende der 10. Saison.

- Welchen Betrag erhält der Trainer, wenn der Verein keinen Titel gewonnen hat?
- In dritten und im achten Jahr seines Engagements holt der Verein je einen Titel, im vierten Jahr sogar zwei. Der Trainer erhält daher bei seinem Abgang den Betrag von Fr. 216'555.60 ausbezahlt.
Wie gross war die für jeden Titelgewinn fällige Prämie?

Aufgabe 7

6 Punkte

Gegeben: Geraden $p: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $q: \vec{r} = \begin{pmatrix} 14 \\ -30 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Bestimme die Fusspunkte der kürzesten Transversalen von p und q .
- Bestimme die Ecke E eines Würfels ABCDEFGH, von dem A und C auf p und F und H auf q liegen. (Eine Lösung genügt.)