Kantonsschule Heerbrugg Se
Maturitätsprüfung 2007
Mathematik / Teil 1 ohne Rechner

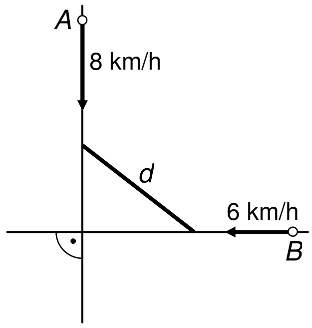
Name			Klasse ....
Teil 1	Teil 2	Summe	Note

- Dauer: 90 Minuten
- Hilfsmittel: Formelsammlung der Neuen KS Aarau
- Lösungswege: Alle wesentlichen Schritte (Überlegungen, Umformungen) sind schriftlich festzuhalten! Resultate sind in möglichst einfacher Form anzugeben.
- Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Trenne die einzelnen Aufgaben durch eine waagrechte Linie.

Aufgabe 1 *4 Punkte*

Auf zwei langen geraden Strassen sind die Läufer A und B unterwegs (siehe Figur). Zur Zeit $t = 0$ sind beide 10 km von der Kreuzung entfernt. Läufer A rennt mit konstant 8 km/h südwärts, Läufer B mit 6 km/h Richtung Westen.

a) Berechne den Abstand d der beiden Läufer in Abhängigkeit von der Zeit t.
b) Wann ist dieser Abstand minimal und wie gross ist er dann?



Aufgabe 2 *5½ Punkte*

Die Kurve $y = (x+2)\cdot(x-1)^2$ ist gegeben.

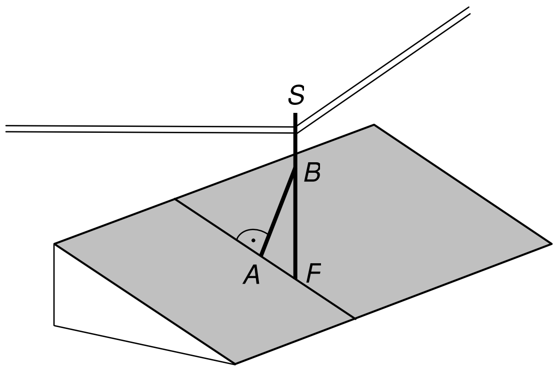
a) Bestimme ihre Schnittpunkte mit der x-Achse und (soweit vorhanden) die Hoch-, Tief- und Wendepunkte. Zeichne die Kurve.
b) Welchen Inhalt hat die Fläche, die von der Kurve und der x-Achse eingeschlossen wird?

Aufgabe 3 *4 Punkte*

a) Bestimme die Gleichung eines zu k: $x^2 + y^2 + 12x - 20y - 33 = 0$ konzentrischen Kreises $\overline{k}$ durch den Punkt $A(-2|7)$.
b) Eine Sehne des grösseren Kreises berührt den kleineren Kreis. Berechne die Länge der Sehne.

Aufgabe 4 *4 Punkte*

Eine senkrechte Telefonstange FS steht an einem Hang (schiefe Ebene). Sie besitzt eine Stütze AB, welche rechtwinklig zur Hangebene steht. Die Stange FS liegt auf der Geraden a: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, die Stütze AB auf b: $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.



a) Bestimme die Koordinaten von B.
b) Die Stütze AB hat die Länge 4.5. Berechne die Koordinaten von A.
c) Wie lautet die Koordinatengleichung der Ebene des Hanges?

► Bitte wenden! ◄

Aufgabe 5 *5½ Punkte*

Die Kurve $y = \frac{ax+b}{x^2}$ hat den Wendepunkt $W(1|2)$.

a) Hat die Kurve Asymptoten? Wenn ja, welche?
b) Berechne a und b.

Aufgabe 6 *4 Punkte*

a) Eine Ebene E schneidet die Koordinatenachsen in $A(8|0|0)$, $B(0|4|0)$ und $C(0|0|4)$. Bestimme die Koordinatengleichung von E.
b) Die Ebene E und die drei Koordinatenebenen begrenzen ein (unregelmässiges) Tetraeder. Berechne den Radius r der Inkugel (= Kugel im Innern des Tetraeders, welche die Seitenflächen berührt). *Hinweis:* Mittelpunkt $M(r|r|r)$

Aufgabe 7 *4 Punkte*

Die Gerade $y = ax$ schneidet die Parabel $y = 4.5 - x^2$ rechtwinklig. $a = ?$

Kantonsschule Heerbrugg Se
Maturitätsprüfung 2007
Mathematik / Teil 2 mit Rechner

Name	Klasse
....	....
	Teil 2

- Dauer: 90 Minuten
- Hilfsmittel: Formelsammlung der Neuen KS Aarau / Taschenrechner (beliebiges Modell)
- Lösungswege: <u>Alle wesentlichen Schritte (Überlegungen, Umformungen) sind schriftlich festzuhalten!</u> Resultate sind in möglichst einfacher Form anzugeben.
- Die Lösungen sollen <u>sauber und übersichtlich</u> dargestellt werden. Trenne die einzelnen Aufgaben durch eine waagrechte Linie.

Aufgabe 1 *3 Punkte*

Berechne die Summe aller natürlichen Zahlen $x \leq 5000$, welche <u>nicht</u> durch 7 teilbar sind.

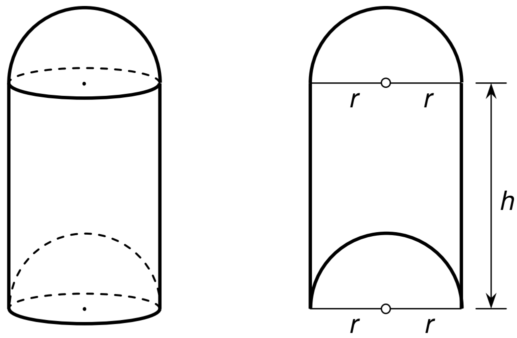
Aufgabe 2 *3 Punkte*

Gegeben: $A(-4|3|0)$, $B(0|4|-1)$.
Bestimme den Punkt C auf der x-Achse, so dass $\measuredangle ABC = 60°$ ist.

Aufgabe 3 *4 Punkte*

Ein Druckbehälter aus Blech (z. B. Gaskartusche) ist stark vereinfacht ein Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel. Der Boden ist eine nach innen gewölbte Halbkugel.
Berechne r und h auf Millimeter genau, so dass der Behälter ein Volumen von 1 ℓ besitzt und seine Oberfläche möglichst klein wird (minimaler Materialverbrauch).

<u>Ansicht</u> <u>Schnittbild</u>

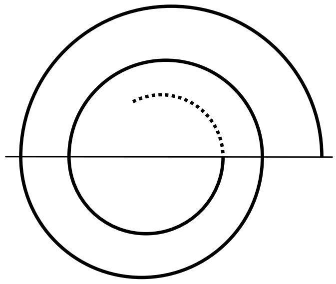


Aufgabe 4 *4 Punkte*

Zwei Spiralen setzen sich aus lauter Halbkreisen zusammen, deren Radien r_1, r_2, r_3, … nach und nach abnehmen. Der erste Radius beträgt $r_1 = 100$ cm.

- Bei der ersten Spirale nimmt der Radius jedes Mal um 1 cm ab, d.h. $r_1 = 100$ cm, $r_2 = 99$ cm, $r_3 = 98$ cm usw., bis der Radius 0 wird und die Spirale endet.
- Die zweiten Spirale besteht aus unendlich vielen Halbkreisen, deren Radien jedes Mal um 2% abnehmen.

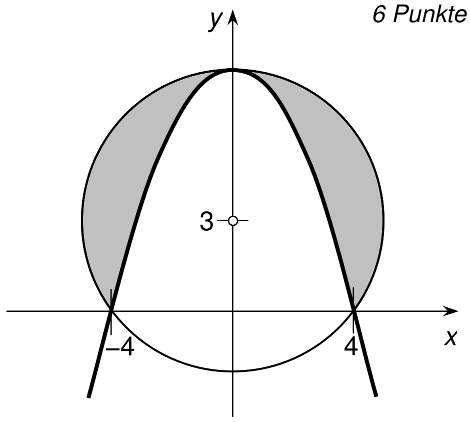
Welche Spirale ist länger und um wie viel Prozent?



► **Bitte wenden!** ◄

Aufgabe 5 *6 Punkte*

a) Bestimme die Gleichung der eingezeichneten Parabel.
b) Berechne den Inhalt der markierten Fläche.

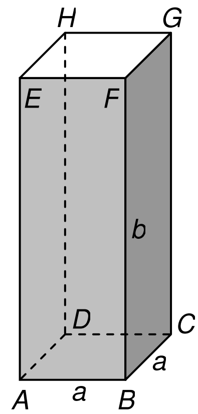


Aufgabe 6 *5 Punkte*

Von einer geraden quadratischen Säule (siehe Bild) sind die Ecken A, B, E gegeben.

Daten: $A(1|3|2)$ $B(2|5|4)$ $E(-3|7|0)$

a) Beweise, dass $\sphericalangle BAE = 90°$ ist.
b) Berechne die Koordinaten von G.



Aufgabe 7 *6 Punkte*

a) Berechne den Flächeninhalt des markierten Parabelsegmentes.
b) Durch zwei vertikale Geraden $x = a$ und $x = b$ wird die Fläche in drei gleich grosse Teile zerlegt. Berechne a und b auf 3 Nachkommastellen genau.