

Die (unbeschriebene) Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau ist als einziges Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Alle wesentlichen Schritte (Überlegungen, Umformungen) sind schriftlich festzuhalten! Alle Rechenschritte und Nebenrechnungen auf das Blatt!
Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge. Resultate sind in möglichst einfacher Form anzugeben. So weit nicht anders angegeben, sind exakte Ergebnisse verlangt.

1. TEIL: Die Punktzahlen beider Prüfungsteile werden zu einer Note verrechnet.

| 1a | b | 2a | b | 3 | 4 | 5a | b | 6a | b | 7 | 8a | b | c | ZS | Teil 2 |
|----|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|-----|-----|---|----|--------|
| | | | | | | | | | | | | | | | --- |
| 4 | 1 | 1 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 1 | 3 | 4 | 1,5 | 1,5 | 1 | 34 | 32 |

Aufgabe 1

5 Punkte

Die Kurve $y = (x+2) \cdot (x-1)^2$ ist gegeben.

- Bestimme ihre Schnittpunkte mit der x -Achse und (soweit vorhanden) die Koordinaten von Hoch-, Tief- und Wendepunkten. (Die Art des Extremas ist nachzuweisen.)
Zeichne die Kurve.
- Wo schneidet die Wendetangente die x -Achse?

Aufgabe 2

5 Punkte

Die Kurve $y = \frac{ax+b}{x^2}$ hat den Wendepunkt $W(1/2)$.

- Hat die Kurve Asymptoten? Wenn ja, welche?
- Berechne a und b .

Aufgabe 3

4 Punkte

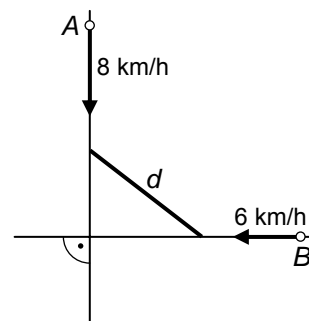
Die Gerade $y = ax$ schneidet die Parabel $y = 4.5 - x^2$ rechtwinklig. $a = ?$

Aufgabe 4

4 Punkte

Auf zwei langen geraden Strassen sind die Läufer A und B unterwegs (siehe Figur). Zur Zeit $t = 0$ sind beide 10 km von der Kreuzung entfernt. Läufer A rennt mit konstant 8 km/h südwärts, Läufer B mit 6 km/h Richtung Westen.

- Berechne den Abstand d der beiden Läufer in Abhängigkeit von der Zeit t .
- Wann ist dieser Abstand minimal und wie gross ist er dann?



Bitte wenden!

Aufgabe 5

4 Punkte

- a) Bestimme die Gleichung eines zu $k: x^2 + y^2 + 12x - 20y - 33 = 0$ konzentrischen Kreises \bar{k} , durch den Punkt $A(-2|7)$.
- b) Eine Sehne des grösseren Kreises berührt den kleineren Kreis. Berechne die Länge der Sehne.

Aufgabe 6

4 Punkte

- a) Eine Ebene E hat die Achsenabschnitte $a = 8$, $b = 4$ und $c = 4$. Berechne ihre Koordinatengleichung.
- b) Die Ebene E und die drei Koordinatenebenen begrenzen ein (unregelmässiges) Tetraeder. Die Kugel mit dem Mittelpunkt $M(r/r/r)$ und dem Radius r ist die Inkugel des Tetraeders. (= Kugel im Innern des Tetraeders, welche die Seitenflächen berührt). Berechne r .

Aufgabe 7

4 Punkte

Berechne den Inhalt *einer* der eingeschlossenen Flächen, die von den Kurven $y = \sin(x)$ und $y = \sqrt{3} \cos(x)$ begrenzt werden.

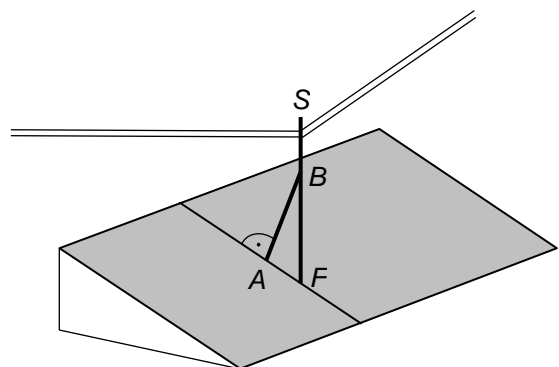
Aufgabe 8

4 Punkte

Eine senkrechte Telefonstange FS steht an einem Hang (schiefe Ebene). Sie besitzt eine Stütze AB , welche rechtwinklig zur Hangebene steht. Die Stange FS liegt auf der Geraden a :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ die Stütze } AB \text{ auf } b:$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}.$$



- a) Bestimme die Koordinaten von B .
- b) Die Stütze AB hat die Länge 4,5. Berechne die Koordinaten von A .
- c) Wie lautet die Koordinatengleichung der Ebene des Hanges?

ENDE DES ERSTEN TEILS DER PRÜFUNG!!! ICH WÜNSCHE VIEL ERFOLG!!! B. Götz

Zugelassen sind die (unbeschriebene) Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau und der Taschenrechner TI-89.

Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Alle wesentlichen Schritte (Überlegungen, Umformungen) sind schriftlich festzuhalten! Alle Rechenschritte und Nebenrechnungen aufs Blatt! Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge. Resultate sind in möglichst einfacher Form anzugeben.

2. TEIL: Die Punktzahlen beider Prüfungsteile werden zu einer Note verrechnet.

| 1 | 2 | 3a | b | 4a | b | 5a | b | 6 | 7 | Teil 2 | Teil 1 | Summe | NOTE: |
|---|---|----|---|----|---|-----|-----|---|---|--------|--------|-------|-------|
| 4 | 4 | 2 | 4 | 3 | 2 | 1,5 | 3,5 | 4 | 4 | 32 | 34 | 66 | |

Aufgabe 1

4 Punkte

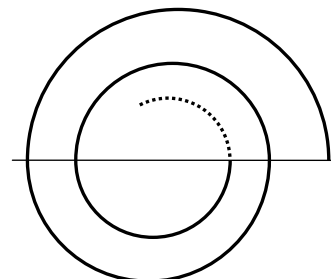
Gegeben sind die beiden Punkte $A(-4/3/0)$ und $B(0/4/-1)$. Bestimme einen Punkt C auf der x-Achse, sodass der Winkel ABC 60° beträgt.

Aufgabe 2

4 Punkte

Zwei Spiralen setzen sich aus lauter Halbkreisen zusammen, deren Radien r_1, r_2, r_3, \dots nach und nach abnehmen. Der erste Radius beträgt $r_1 = 100$ cm.

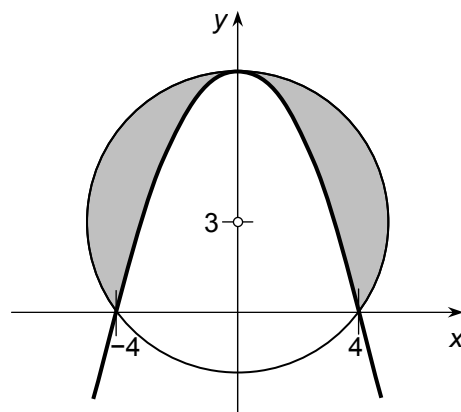
- Bei der ersten Spirale nimmt der Radius jedes Mal um 1 cm ab, d.h. $r_1 = 100$ cm, $r_2 = 99$ cm, $r_3 = 98$ cm usw., bis der Radius 0 wird und die Spirale endet.
 - Die zweiten Spirale besteht aus unendlich vielen Halbkreisen, deren Radien jedes Mal um 2% abnehmen.
- Welche Spirale ist länger und um wie viel Prozent?



Aufgabe 3

6 Punkte

- Bestimme die Gleichung der eingezeichneten Parabel.
- Berechne den Inhalt der markierten Fläche.



Bitte wenden!

Aufgabe 4

5 Punkte

- a) Diskutiere die Funktion $y = x\sqrt{3-x}$ (Definitionsmenge, Nullstellen, Extrema mit Art) und zeichne ihren Graphen.
- b) Die vom Graphen und der x-Achse eingeschlossene Fläche rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

Aufgabe 5

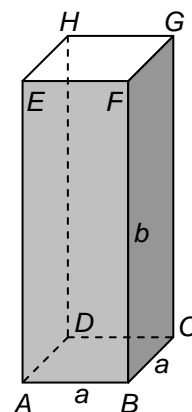
5 Punkte

Von einer geraden quadratischen Säule (siehe Bild) sind die Ecken A, B, E gegeben.

Daten: $A(1|3|2)$ $B(2|5|4)$ $E(-3|7|0)$

- a) Beweise, dass $\sphericalangle BAE = 90^\circ$ ist.
- b) Berechne die Koordinaten von G .

(Eine Lösung genügt.)

**Aufgabe 6**

4 Punkte

Ein Surfbrett hat die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis.

Berechne die maximale Fläche, wenn der Umfang des Surfbrettes 4 m beträgt.

**Aufgabe 7**

4 Punkte

Ein Zuliefererbetrieb stellt Spezialschrauben für die Autoindustrie her. Die ersten 1000 Schrauben kosten Fr. 3.— /Stück. Ab der 1001. Schraube kosten diese pro Stück 4% weniger, ab der 2001. Schraube reduziert sich der Stückpreis um weitere 4% usw. (Sobald also die Bestellung ein Vielfaches von 1000 überschreitet, reduziert sich der Stückpreis bezogen auf die vorhergehenden 1000 Schrauben um 4%.)

- a) Wie viel kosten 12'000 Schrauben?
- b) Wie viele Schrauben werden für Fr. 50'000.— geliefert?
(Das Resultat ist auf 1000 zu runden.)

ENDE DER PRÜFUNG!!!

ICH WÜNSCHE VIEL ERFOLG!!! B. Götz
