

Die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

5 Punkte

- a) Bestimme die Nullstellen und den Hoch-, Tief-, und Wendepunkt des Graphen der Funktion $y = (x + 2) \cdot (x - 1)^2$. Skizziere den Graphen.
- b) Wo schneidet die Wendetangente die x-Achse?

Aufgabe 2

4 Punkte

- a) Bestimme die Gleichung eines zu $k: x^2 + y^2 + 12x - 20y - 33 = 0$ konzentrischen Kreises \bar{k} durch den Punkt $A(-2/7)$.
- b) Eine Sehne des grösseren Kreises berührt den kleineren Kreis. Berechne die Länge der Sehne.

Aufgabe 3

5 Punkte

Die Kurve $y = \frac{ax + b}{x^2}$ hat den Wendepunkt $W(1/2)$.

- a) Hat die Kurve Asymptoten? Wenn ja, welche?
- b) Berechne a und b.

Aufgabe 4

4 Punkte

Berechne den Inhalt einer Fläche, die von den Kurven $y = \sin(x)$ und $y = \sqrt{3} \cos(x)$ eingeschlossen wird.

Aufgabe 5

4 Punkte

- a) Eine Ebene E hat die Achsenabschnitte $a = 8$, $b = 4$ und $c = 4$. Bestimme ihre Koordinatengleichung.
- b) Die Ebene E und die drei Koordinatenebenen begrenzen ein (unregelmässiges) Tetraeder. Die Kugel mit dem Mittelpunkt $M(r/r/r)$ und dem Radius r ist die Inkugel des Tetraeders. Berechne r.

Bitte wenden!

Aufgabe 6

4 Punkte

Die Gerade $y = mx$ schneidet die Parabel $y = -x^2 + 4,5$ rechtwinklig. Berechne m .

Aufgabe 7

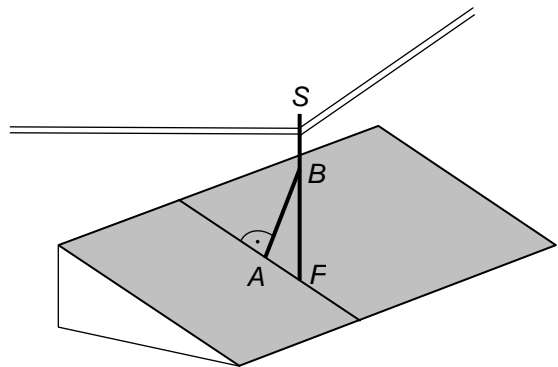
4 Punkte

Eine senkrechte Telefonstange FS steht an einem Hang (schiefe Ebene). Sie besitzt eine Stütze AB, welche rechtwinklig zur Hangebene steht.

Die Stange FS liegt auf der Geraden

$$a: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{die Stütze AB auf } b: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$



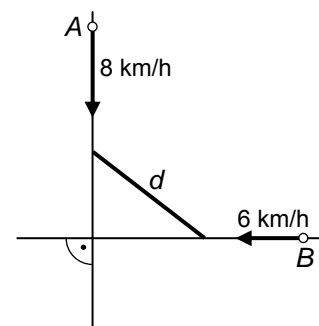
- Berechne die Koordinaten von B.
- Die Stütze \overline{AB} hat die Länge 4,5. Berechne die Koordinaten von A.
- Wie lautet die Koordinatengleichung der Ebene des Hanges?

Aufgabe 8

4 Punkte

Auf zwei langen geraden Strassen sind die Läufer A und B unterwegs (siehe Figur). Zur Zeit $t = 0$ sind beide 10 km von der Kreuzung entfernt. Läufer A rennt mit konstant 8 km/h südwärts, Läufer B mit 6 km/h Richtung Westen.

- Berechne den Abstand d der beiden Läufer in Abhängigkeit von der Zeit t .
- Wann ist dieser Abstand minimal und wie gross ist er dann?



Zugelassen sind die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau und der Taschenrechner TI-89. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

3 Punkte

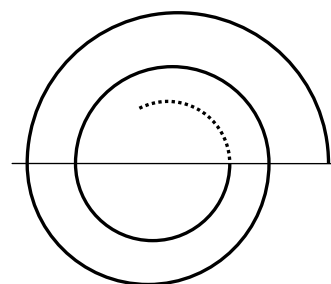
Gegeben sind die beiden Punkte $A(-4/3/0)$ und $B(0/4/-1)$. Bestimme einen Punkt C auf der x -Achse, sodass der Winkel ABC 60° beträgt.

Aufgabe 2

4 Punkte

Zwei Spiralen setzen sich aus lauter Halbkreisen zusammen, deren Radien r_1, r_2, r_3, \dots nach und nach abnehmen. Der erste Radius beträgt $r_1 = 100$ cm.

- Bei der ersten Spirale nimmt der Radius jedes Mal um 1 cm ab, d.h. $r_1 = 100$ cm, $r_2 = 99$ cm, $r_3 = 98$ cm usw., bis der Radius 0 wird und die Spirale endet.
- Die zweite Spirale besteht aus unendlich vielen Halbkreisen, deren Radien jedes Mal um 2% abnehmen.

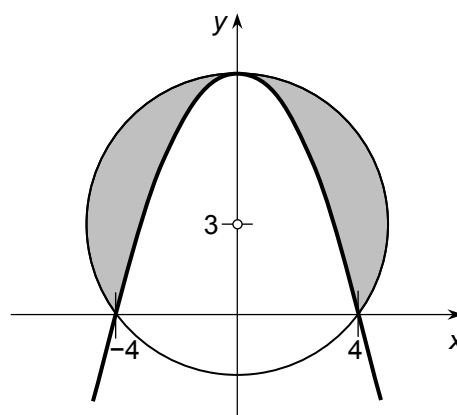


Welche Spirale ist länger und um wie viel Prozent?

Aufgabe 3

6 Punkte

- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.
- b) Berechne den Inhalt der markierten Fläche.



Aufgabe 4

3 Punkte

Berechne die Summe aller natürlichen Zahlen $n \leq 5000$, welche nicht durch 7 teilbar sind.

Bitte wenden!

Aufgabe 5

5 Punkte

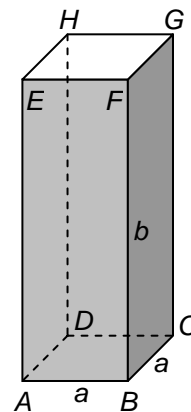
- a) Bestimme von der Funktion $y = x\sqrt{3-x}$ Definitionsbereich, Nullstellen, Maximum und zeichne ihren Graphen.
- b) Die vom Graphen und der x-Achse eingeschlossene Fläche rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

Aufgabe 6

5 Punkte

Von einer geraden quadratischen Säule (siehe Bild) sind die Ecken A, B und E gegeben:
 $A(1/3/2)$, $B(2/5/4)$, $E(-3/7/0)$

- a) Zeige, dass der Winkel BAE 90° beträgt.
- b) Berechne die Koordinaten von G (die Angabe einer Lösung genügt).

**Aufgabe 7**

4 Punkte

Der neue Trainer eines Sportvereins erhält den folgenden Vertrag:
Nebst der ordentlichen Entlohnung wird zu Beginn jeder Spielsaison (die Spielsaison ist mit dem Kalenderjahr deckungsgleich) eine Prämie von Fr. 12'000.— auf ein Sperrkonto, das zu 3% verzinst wird, einbezahlt. Zusätzlich erhält er für jeden Titelgewinn zu Beginn des Folgejahres eine zusätzliche Prämie, die ebenfalls auf das Sperrkonto einbezahlt wird. Bei Anstellungsende erhält der Trainer den Inhalt des Sperrkontos.

Der Trainer verlässt den Verein am Ende der 10. Saison.

- a) Welchen Betrag erhält der Trainer, wenn der Verein keinen Titel gewonnen hat?
- b) Im dritten und im achten Jahr seines Engagements holt der Verein je einen Titel, im vierten Jahr sogar zwei. Der Trainer erhält daher bei seinem Abgang den Betrag von Fr. 216'555,60 ausbezahlt.

Wie gross war die für jeden Titelgewinn fällige Prämie?

Aufgabe 8

4 Punkte

Ein Surfbrett hat die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis.

Berechne die maximale Fläche, wenn der Umfang des Surfbrettes 4 m beträgt.

