

Die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

2 Punkte

Bestimme die 1. Ableitung der Funktion $y = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ und vereinfache soweit wie möglich.

Aufgabe 2

2 Punkte

Für welchen Wert von a hat $y = x - \frac{a}{x}$ an der Stelle $x = a$ ein Extremum? Ist es ein Maximum oder ein Minimum?

Aufgabe 3

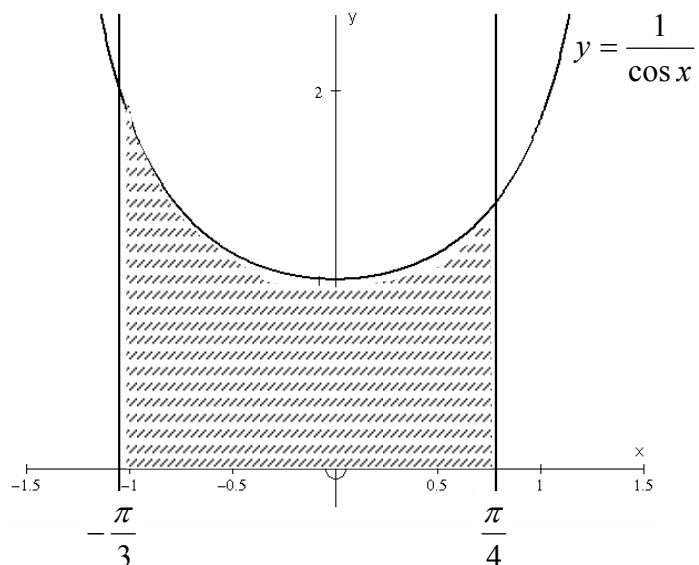
2 Punkte

Für welche Werte von a stehen die Ebenen $E: ax - 2y - 4z - 4 = 0$ und $F: 5ax - 4ay + z + 7 = 0$ rechtwinklig zueinander?

Aufgabe 4

2 Punkte

Die schraffierte Fläche rotiert um die x -Achse.
Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.



Bitte wenden!

Aufgabe 5

3 Punkte

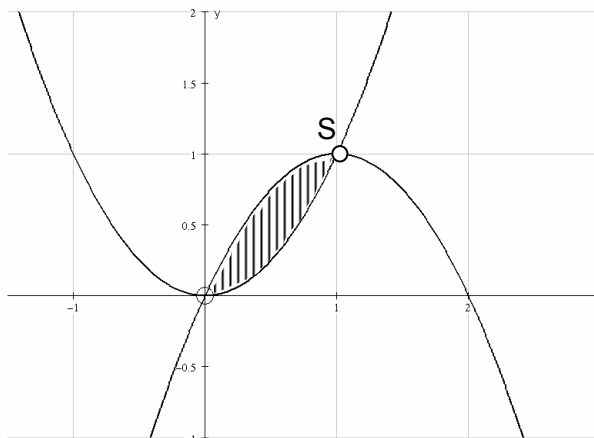
Für jede reelle Zahl k ist eine Ebene $E: kx + 2ky + 6z - 9k = 0$ gegeben.

- Für welchen Wert von k ist E eine Koordinatenebene? Welche?
- Gibt es ein k , sodass E eine Normalebene der Geraden g durch die Punkte $A(2/3/0)$ und $B(3/1/2)$ ist?
- Für welchen Wert von k ist E parallel zur Geraden g ?

Aufgabe 6

3 Punkte

Die beiden Parabeln schneiden sich im Scheitel $S(1/1)$ der nach unten geöffneten Parabel. Berechne die schraffierte Fläche.

**Aufgabe 7**

3 Punkte

Der Punkt $A(8/-7/-13)$ wird an der Ebene $E: 2x - 3y - 5z + 12 = 0$ gespiegelt. Berechne die Koordinaten des Spiegelbildes.

Aufgabe 8

4 Punkte

Der Graph der Funktion $y = x^4 + ax^2 + b$ hat den Hochpunkt $H(0/1)$ und $T(t/-15)$ ist ein Tiefpunkt. Berechne a , b und t .

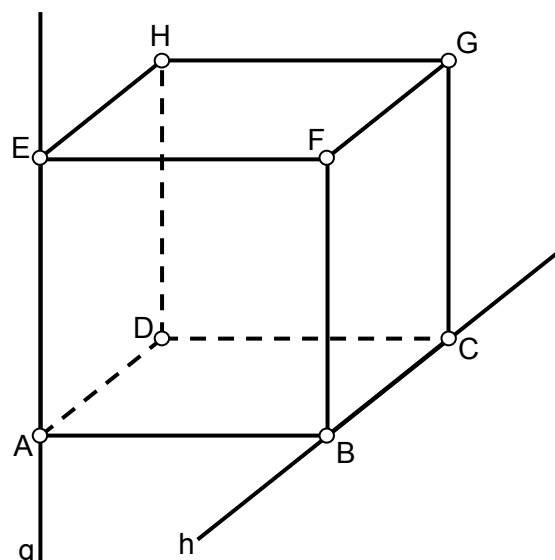
Aufgabe 9

6 Punkte

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 22 \\ -21 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 10 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -14 \end{pmatrix}$$

sind Geraden durch zwei Würfelkanten (Figur rechts).

- Berechne die Kantenlänge.
- Bestimme die Eckpunkte A auf g und B auf h des Würfels.
- Bestimme die Ecke E des Würfels.





Zugelassen sind die Formelsammlung der Neuen Kantonsschule Aarau und der Taschenrechner TI-89. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

2 Punkte

Berechne den spitzen Schnittwinkel der Ebenen E: $8x - 4y + z - 5 = 0$ und
F: $2x + 3y - 6z + 1 = 0$.

Aufgabe 2

2 Punkte

Die Anzahl der Bakterien in einer Bakterienkultur wächst exponentiell. Ihre Anzahl verdoppelt sich in jeweils 3 Stunden. Wie viele Stunden dauert es, bis sich ihre Anzahl verzehnfacht hat?

Aufgabe 3

4 Punkte

Eine Konservendose in der Form eines Kreiszyinders hat das Volumen 1 Liter. Berechne den Radius r , sodass die Oberfläche minimal ist (das Minimum muss nicht nachgewiesen werden).

Aufgabe 4

3 Punkte

Ein Spieler setzt im Schweizer Zahlenlotto bei der ersten Ziehung Fr. 4.-- ein, bei jeder weiteren Ziehung erhöht er den Einsatz um Fr. 2.--. Nach einiger Zeit macht der Spieler zum ersten Mal einen Gewinn; er erhält Fr. 10'098.--. Nachträglich stellt er fest, dass er damit gerade all seine Einsätze der Vergangenheit zurückgewonnen hat. Wie gross war sein letzter Einsatz?

Aufgabe 5

4 Punkte

Wolfgang Bach ist ein vermögender Industrieller mit einer Vorliebe für klassische Musik. Deshalb legt er Geld in einem Fonds an, aus welchem jedes dritte Jahr jeweils für CHF 500'000.- (auch über seinen Tod hinaus) ein spektakuläres Konzert mit namhaften Dirigenten, Solisten und Orchestern aus der ganzen Welt finanziert werden kann. Das erste Konzert soll am 1.1.2010 stattfinden.

Schon am 1.1.1990 hat Wolfgang Bach die erste jährliche Rate R in den Fonds einbezahlt. Während den ersten 12 Jahren wurde der Fonds mit 5% verzinst, danach nur noch mit 2.75% (weitere Zinsänderungen sind auszuschliessen). Wolfgang Bach reagierte auf die Zinsreduktion, indem er seine jährliche Rate R um CHF 60'000.- Franken erhöhte (erstmal am 1.1.2002).

Wie gross war die ursprüngliche Rate R ?

Bemerkungen:

- Am 1.1.2010 wird keine Rate mehr in den Fonds einbezahlt.
- Der Solver darf für das Lösen der aufgestellten Gleichungen eingesetzt werden.

Bitte wenden!

Aufgabe 6

4 Punkte

Die Kurve $y = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$ hat die Form einer der Länge nach halbierten liegenden Acht.

- Bestimme den Hochpunkt.
- Die Kurve rotiert im ganzen Definitionsbereich um die x-Achse. Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

Aufgabe 7

5 Punkte

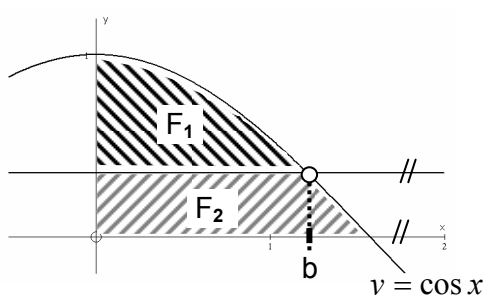
Der Grundkreis eines geraden Kreiskegels liegt in der Ebene $2x + 10y - 11z + 5 = 0$. Er hat den Mittelpunkt $M(x_M / 3 / 3)$ und die Höhe $h = 15$. Der Punkt $P(-1 / 1 / 8)$ liegt auf einer Mantellinie. Berechne das Kegelvolumen. Es ist nur eine Lösung zu berechnen.

Aufgabe 8

4 Punkte

Für welchen Wert von b sind die beiden Flächen F_1 und F_2 gleich gross?

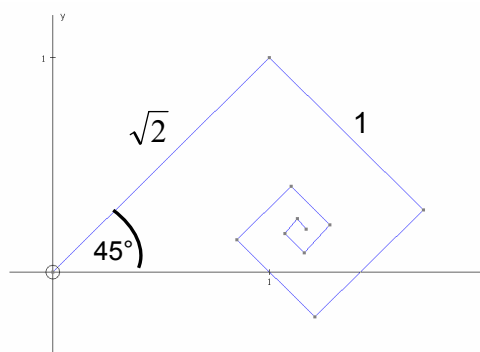
(Die entstehende Gleichung kann nur mit dem Taschenrechner gelöst werden.)

**Aufgabe 9**

4 Punkte

In der nebenstehenden Figur ist eine eckige Spirale, deren Strecken eine unendliche geometrische Folge bilden, gezeichnet. Die Strecken stehen senkrecht aufeinander.

- Berechne die Gesamtlänge der Spirale.
- Gegen welchen Zielpunkt konvergiert die Spirale? Es ist nur die x-Koordinate zu berechnen.

**Aufgabe 10**

5 Punkte

Von einer dreiseitigen Pyramide ABCD sind bekannt:

- Die Ecken $A(4 / 8 / 5)$ und $B(11 / -6 / 8)$
- Die Kante CD liegt auf der Geraden $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 14 \\ -3 \end{pmatrix}$
- Die Seitenfläche ABC hat bei der Ecke B einen rechten Winkel.
- Die Kantenlängen \overline{AD} und \overline{BD} stehen im Verhältnis $\overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 2$.

Bestimme die Koordinaten der Ecken C und D.