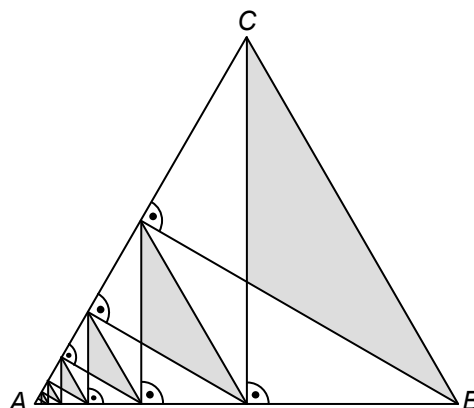


Die Formelsammlung ist als einziges Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

3 Punkte

ABC ist ein gleichseitiges Dreieck. Welcher Bruchteil der Dreiecksfläche ist markiert?



Aufgabe 2

4.5 Punkte

Bestimme Punkte D auf der z-Achse, so dass das Tetraeder $A(-1|-2|0)B(1|1|2)C(2|2|1)D$ das Volumen 1 hat.

Aufgabe 3

6.5 Punkte

Gegeben: Punkte $O(0|0|0)$, $S(2|0|6)$

Welche Bedingungen erfüllen die Koordinaten eines Punktes P in der xy-Ebene, wenn der Winkel OSP 45° beträgt? Beschreibe die Kurve, auf der sich P bewegt, möglichst genau.

Aufgabe 4

4.5 Punkte

Bestimme Mittelpunkt und Radius eines Kreises durch $P(18|9)$, der die Geraden $3x-4y=0$ und $y=0$ berührt.

Aufgabe 5

3 Punkte

Berechne $\int_0^1 x \arctan x \, dx$

Aufgabe 6

4.5 Punkte

- Bestimme eine Kurve $y = y(x)$ mit folgender Eigenschaft: Wird die Normale in einem beliebigen Kurvenpunkt $P(x|y)$ gezogen, so ist P der Mittelpunkt der Strecke, den die Koordinatenachsen auf der Normalen ausschneiden.
- Bestimme insbesondere die Kurve durch den Punkt $(5|4)$ und zeichne sie.

Aufgabe 7

6.5 Punkte

Bestimme $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 6x - 3}{(x-1)(x^2 + 4x + 5)} \, dx$

Zugelassen sind die Formelsammlung und der Taschenrechner TI-89. Die Lösungen sollen sauber und übersichtlich dargestellt werden. Unvollständige Lösungswege haben Punkteabzug zur Folge.

Aufgabe 1

8.5 Punkte

Gegeben: Punkt $M(4.5|7|-3.5)$, Gerade $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Bestimme

- die Koordinatengleichung der Ebene durch M und g
- den Abstand von M und g (ohne Fusspunkt)
- die Ecken des Quadrates ABCD mit Mittelpunkt M und A und B auf g
- die Ecken des über dem Quadrat errichteten Würfels ABCDEFGH (eine Lösung genügt).

Aufgabe 2

6.5 Punkte

Gegeben: Kugeln K_1, K_2, K_3 mit Mittelpunkten $M_1(0|0|0)$, $M_2(2|2|-1)$, $M_3(1|0|2)$ und Radien $r_1=1, r_2=2, r_3=3$

- Bestimme die gemeinsame Tangentialebene $ax + by + cz + d = 0$ an die drei Kugeln, so dass alle Kugeln auf der gleichen Seite der Tangentialebene liegen.
- Wie viele gemeinsame Tangentialebenen an drei Kugeln gibt es (ohne Einschränkung)?

Aufgabe 3

9 Punkte

Betrachte die Kurve $y^2 = \frac{(x-1)^2(9-2x)}{x}$.

- Bestimme die Nullstellen, den Pol, den Definitionsbereich, die Asymptote und die Punkte mit horizontaler Tangente und zeichne die Kurve.
- Die von der Kurve umschlossene Fläche rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

Aufgabe 4

8 Punkte

Ein Ehepaar kauft am 1.1.2003 ein neues Haus. Es nimmt für den Kauf eine Hypothek von Fr. 550'000.-- auf. Für Hypothekarzinsen von 2,5% und Rückzahlungsanteil (Amortisation) zusammen müssen jährlich $R = \text{Fr. } 24'000.--$ bezahlt werden. Alle Zahlungen erfolgen am Jahresende.

- Welche Restschuld hat das Ehepaar am 1.1.2028?
- Wie gross ist die Amortisation bei der ersten und wie gross bei der letzten Zahlung von R?
- Wie viele Zahlungen (R) sind nötig, bis die Restschuld kleiner als Fr. 50'000.-- ist?