Aufgabe 1
1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{3\,y}{10} = \frac{2\,x + 4\,y}{5} - 25 \\[2ex] \frac{2x - y}{15} + \frac{y}{3} = 10 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} 4\,x + 5\,y = 250 \\[2ex] 2\,x + 4\,y = 150 \end{array} \right|$$

x = 125/3 y = 50/3

1.2 (3 Punkte)

Zum Ausheben eines Grabens wird 4 Tage lang ein Bagger eingesetzt. Am 5. Tag kommt ein zweiter Bagger hinzu bis die gesamte Arbeit erledigt ist.
Wären zunächst beide Bagger zwei Tage lang gemeinsam eingesetzt worden, so hätte der zweite Bagger noch zwei weitere Tage allein arbeiten müssen, um die Arbeit abzuschließen.
Wie lange hätte jeder Bagger allein benötigt?

x = Bruchteil der Gesamtarbeit, die Bagger I in 1 Tag erledigt

$\text{solve}\left(5\cdot x+y=1 \text{ and } 2\cdot (x+y)+2\cdot y=1,\{x,y\}\right)$

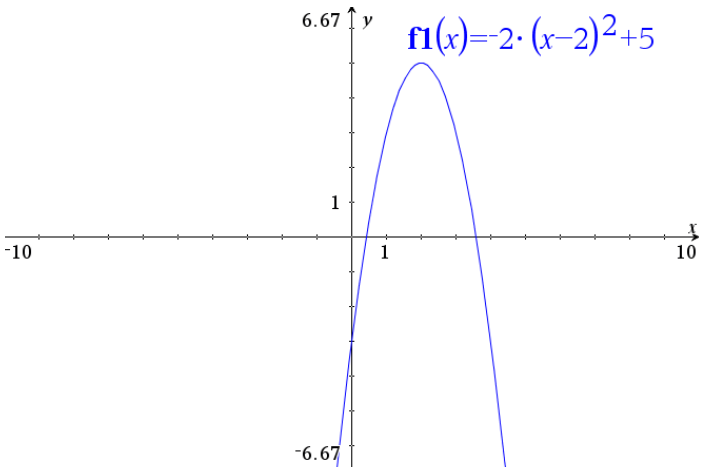
$\blacktriangleright\ x=\frac{1}{6} \text{ and } y=\frac{1}{6}$

Also jeder für sich allein 6 Tage

Aufgabe 2
2.1 (5 Punkte)
Eine Parabel (Graph einer quadratischen Funktion gemäss $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$) sei gegeben durch a = -2 und den Scheitelkoordinaten S(2|5).

a) Skizzieren Sie die Parabel im untenstehenden Koordinatensystem
b) Gesucht sei der Punkt P(x|f(x)) für x = 0.
Falls b) nicht gelöst werden konnte, verwenden Sie für P(0|-11)
c) Vom Punkt P aus werde eine Gerade G durch den Punkt Q(8|13) gezogen.
d) Bestimmen Sie die Nullstellen der Gerade.
e) Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G mit dem Graphen von f(x).

a)



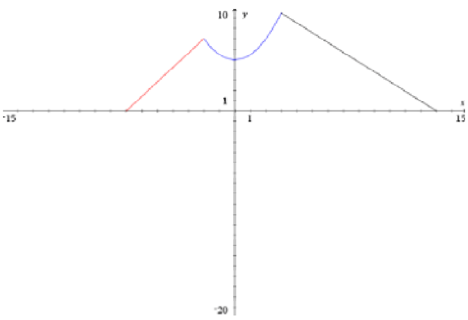
b) f(0)= -3

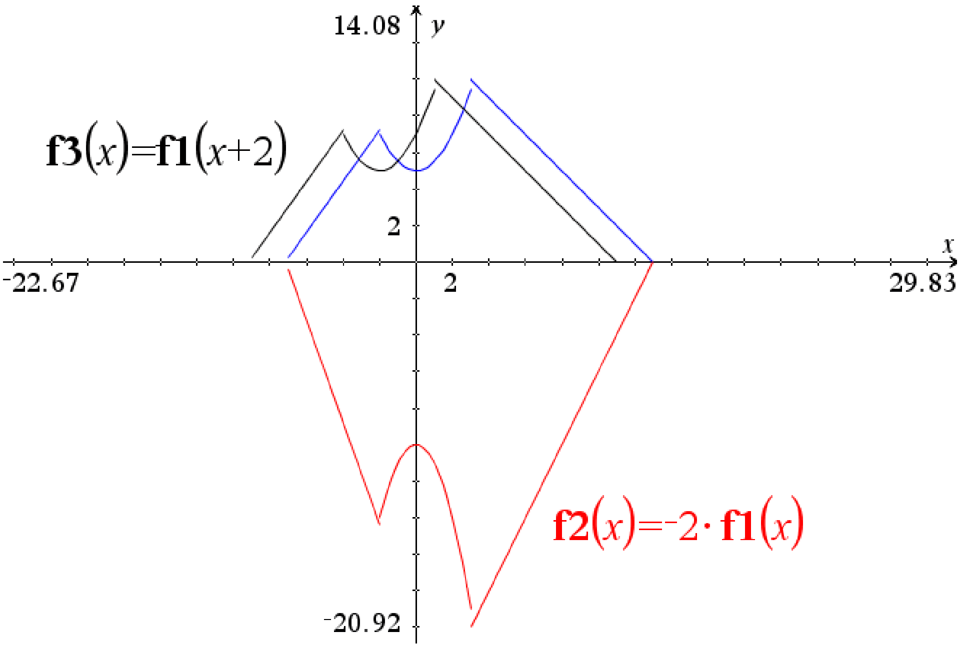
c) y = 2 x – 3

d) $x = {}^{3}/_{2}$

e) x = 0 oder x = 3

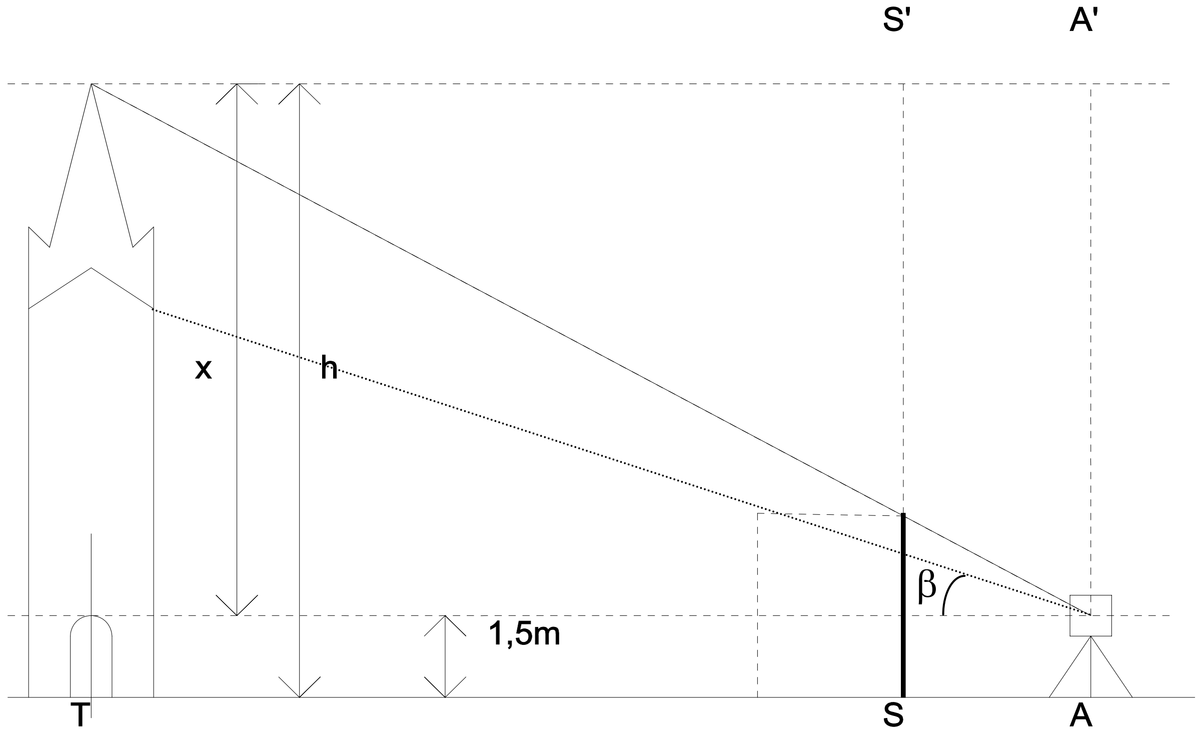
Aufgabe 2
1. (2 Punkte)
Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von f(x). Skizzieren Sie die Graphen von g(x) und h(x), so dass gilt: a) g(x) = - 2 ·f(x) b) h(x) = f(x + 2)





14.08
y
f3(x)=f1(x+2)
2
x
-22.67
2
29.83
f2(x)=-2· f1(x)
-20.92

Aufgabe 3
4.1 (3 Punkte)



Eine Messstange der Höhe e wird bei S so aufgestellt, dass Stabende und Turmspitze beim Anvisieren vom Messinstrument bei A aus auf einer Geraden liegen. Mit Hilfe von Messungen bestimmt man folgende Längen:
e = 2m; $|AS|$ = 4.5 m; $|AT|$ = 450 m.
Die Augenhöhe beträgt a = 1.5 m.

a) Wie hoch ist der Kirchturm?
b) Wie hoch ab Boden beginnt das Dach, wenn der Winkel β zu $\beta = 3.5°$ gemessen wird?

Lösung:

2. Strahlensatz: $|AT| : |AS| = x : (e - a)$

$450 : 4.5 = x : 0.5$

$x = \frac{450 \cdot 0.5}{4.5} = 50$

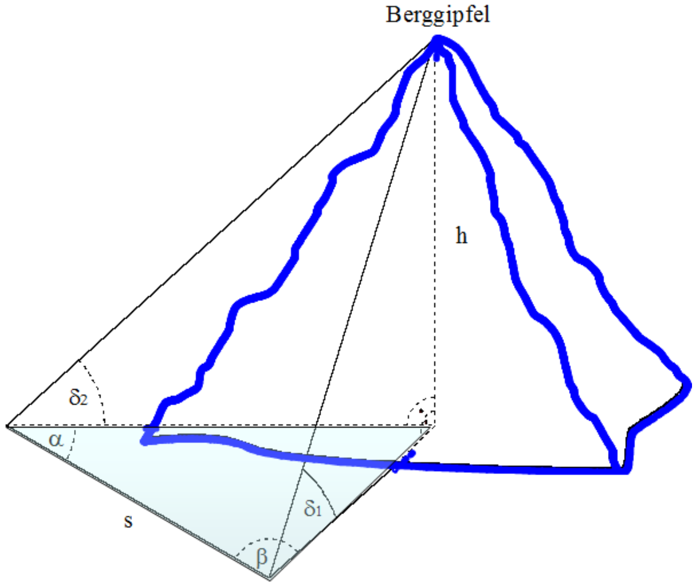
$h = 50 + 1.5 = 51.5$

$h = 51.5$ m

b) u' = 450 * Tan(3.5°) = 27.523 m
u = u' + 1.5 = 29.023 m

(3 Punkte)

Ein Berg wird vermessen. Im ebenen Gelände wird die Standlinie s zu 2.3 km gemessen. In ihren Endpunkten werden mit dem Theodoliten die Winkel α = 53°, β = 96.2° (im Kartendreieck) und δ_2 = 43.2° gemessen (zur Bergspitze). Berechnen Sie hieraus die Berghöhe h. Zur Kontrolle misst man auch den Erhebungswinkel δ_1. Welchen Wert müsste man für ihn gemessen haben?



Lösung:
$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 30.8°$

WSW/Sinussatz: $\frac{a}{Sin(\alpha)} = \frac{s}{\sin(\gamma)} \Rightarrow$ a = $\frac{s \sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$ = 3587.32
Dreieck mit a, h , δ_2
$\mathrm{Tan}(\delta_1) = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \tan(\alpha) = 3368.72$
WSW/Sinussatz: $\frac{b}{Sin(\beta)} = \frac{s}{\sin(\gamma)} \Rightarrow$ b = $\frac{s \sin(\beta)}{\sin(\gamma)}$ = 4465.36
$\delta_1 = \mathrm{ArcTan}(\frac{h}{b}) = 37.0302°$

Aufgabe 4
5.1 (2 Punkte)
Lösen Sie nach x auf:

$$5 * x^{2/3} = 640 * x^{-1/2}$$

Lösung:
x = 64

4.2 (3 Punkte)

a) Vereinfachen Sie bzw. fassen Sie zu einer einzigen Potenz zusammen:

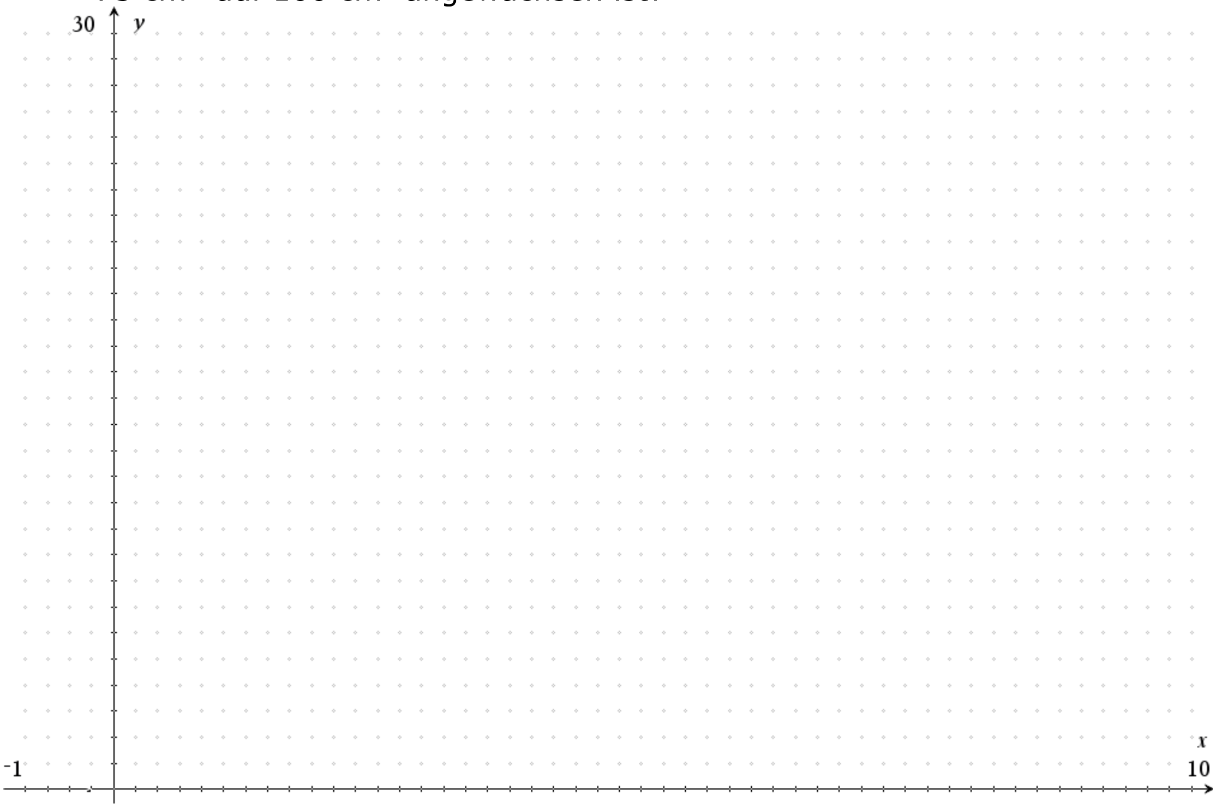
b) Schreiben Sie das Resultat als Wurzelterm

$$\left(\frac{3x \cdot 2z^{2/3}}{z^{-1}}\right)^2 \div \left(\frac{6x}{z^{-2}x^{2/3}}\right)^2$$

Lösung: $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[3]{\frac{x^4}{z^2}}$

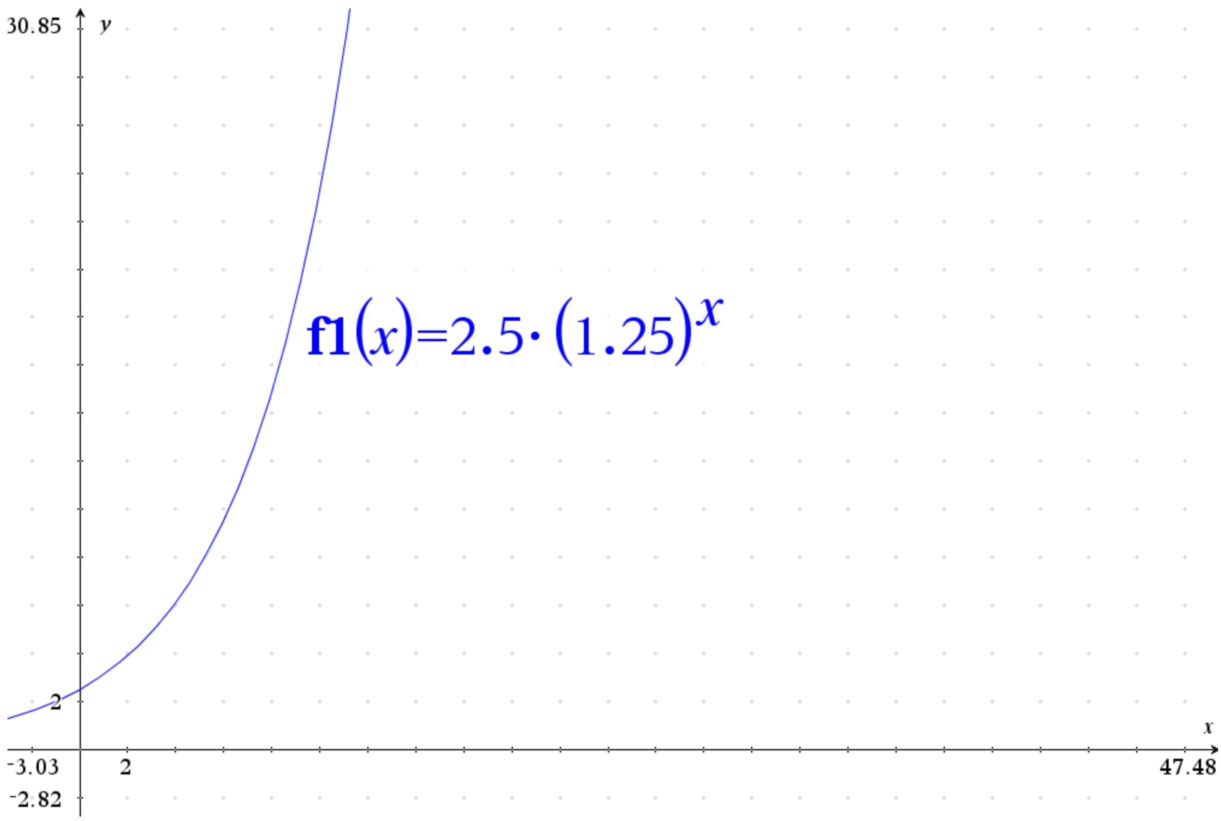
Eine Bakterienkultur bedeckt anfänglich eine Fläche von 2.5 cm^2 und wächst um 25% pro Tag.

a) Welche Fläche bedeckt die Kultur unter diesen Annahmen nach 7 Tagen?
b) In welcher Zeit vervierfacht sich diese Kultur?
c) Skizzieren Sie in der unten stehenden Grafik, wie sich diese Kultur entwickelt (bedeckte Fläche).
d) Wie lange dauert es unter diesen Annahmen, bis die bedeckte Fläche von 75 cm^2 auf 100 cm^2 angewachsen ist?



Lösung:

a) $f(x)= 2.5 \cdot 1.25^x$
b) $f(7)=11.92$
c) Skizze unten
d) $f(x) = 75 \Rightarrow x = 15.24$
$f(x) = 100 \Rightarrow x = 16.53$
$16.53-15.24 = 1.29$ Tage



4.3 (3 Punkte)
Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründen Sie durch eine dokumentierte Rechnung (keine Taschenrechnerkalkulation):

$2^{34} + 2^{34} + 2 \cdot 2^{34} = 8^{12}$

Lösung
$4 \cdot 2^{34} = 2^2 \cdot 2^{34} = 2^{36} = (2^3)^{12} = 2^{36}$