gym | MATUR

Konferenz der Schulleitungen der
Gymnasien des Kantons Bern KSG

KANTONALE PRÜFUNG 2015

für den Übertritt in eine
Maturitätsschule
auf Beginn des 11. Schuljahres

Mathematik

Name/Vorname: ....

Z. Zt. besuchte Schule: ....

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	**3 Punkte**
Aufgabe 1.2	**3 Punkte**
Aufgabe 2.1	**5 Punkte**
Aufgabe 2.2	**2 Punkte**
Aufgabe 3.1	**3 Punkte**
Aufgabe 3.2	**3 Punkte**
Aufgabe 4.1	**2 Punkte**
Aufgabe 4.2	**2 Punkte**
Aufgabe 4.3	**4 Punkte**
Aufgabe 4.4	**3 Punkte**

- **Total sind 30 Punkte erreichbar.**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 7) einzutragen.**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!), Formelsammlung.**

Name/Vorname: ....

Aufgabe 1
1.1 (3 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem nach x und y auf:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{2} = 4 + \frac{5\,y - 1}{8} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{3\,x} = 1 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} 4\,x = 31 + 5\,y \\ \frac{6}{3\,x} + \frac{1}{3\,x} = 1 \end{array} \right|$$

x = 7/3 y = -13/3

1.2 (3 Punkte)

Gegeben sei ein Quader. Die Grundfläche bildet ein Quadrat und die Höhe ist doppelt so lang wie die Quadratseite. Nun werden alle Kanten um 4 cm verlängert. Die neue Körperdiagonale wird damit dreimal so lang wie die Diagonale des ursprünglichen Quaders. Berechnen Sie dessen Seitenlängen.

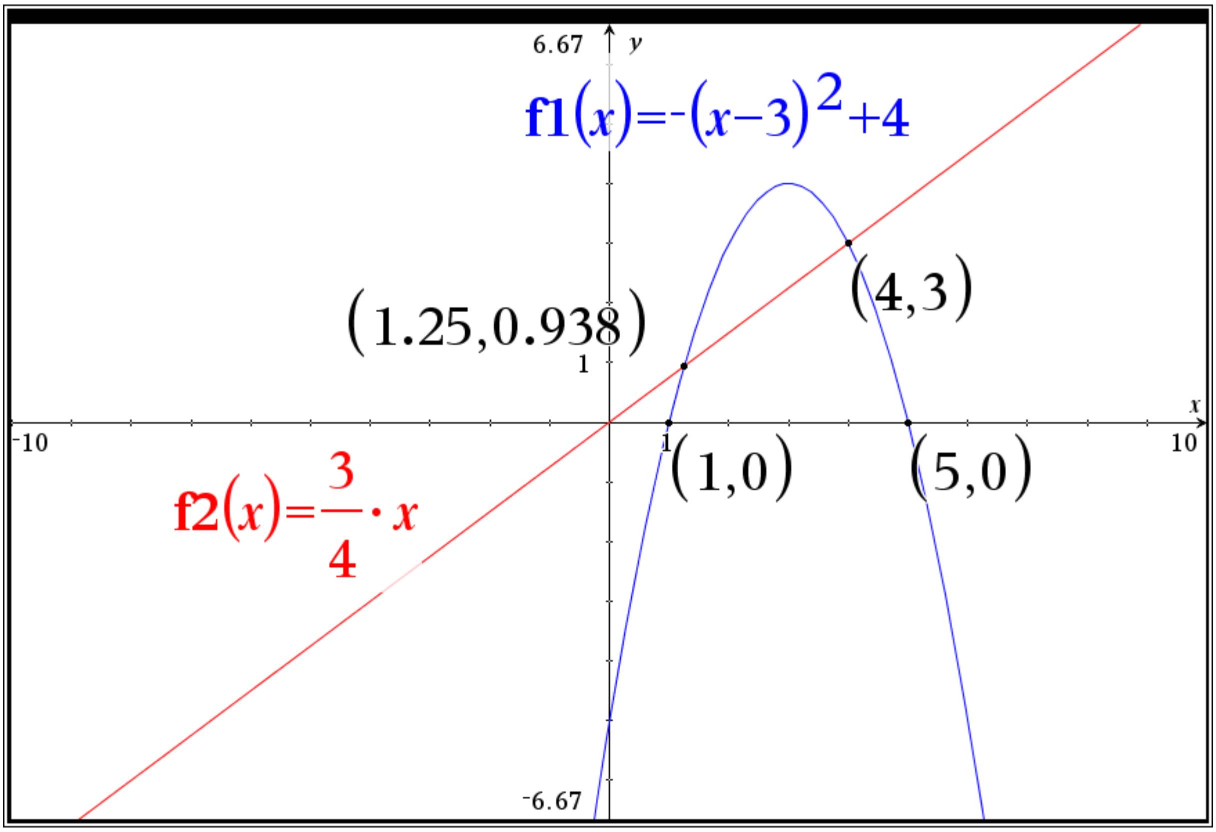
$$\sqrt{2\cdot(x+4)^2+(2\cdot x+4)^2} = 3\cdot\sqrt{2\cdot x^2+(2\cdot x)^2}$$

$$x=\frac{-(\sqrt{10}-1)}{3} \text{ or } x=\frac{\sqrt{10}+1}{3}$$

$$x=-0.720759 \text{ or } x=1.38743$$

Name/Vorname: ....

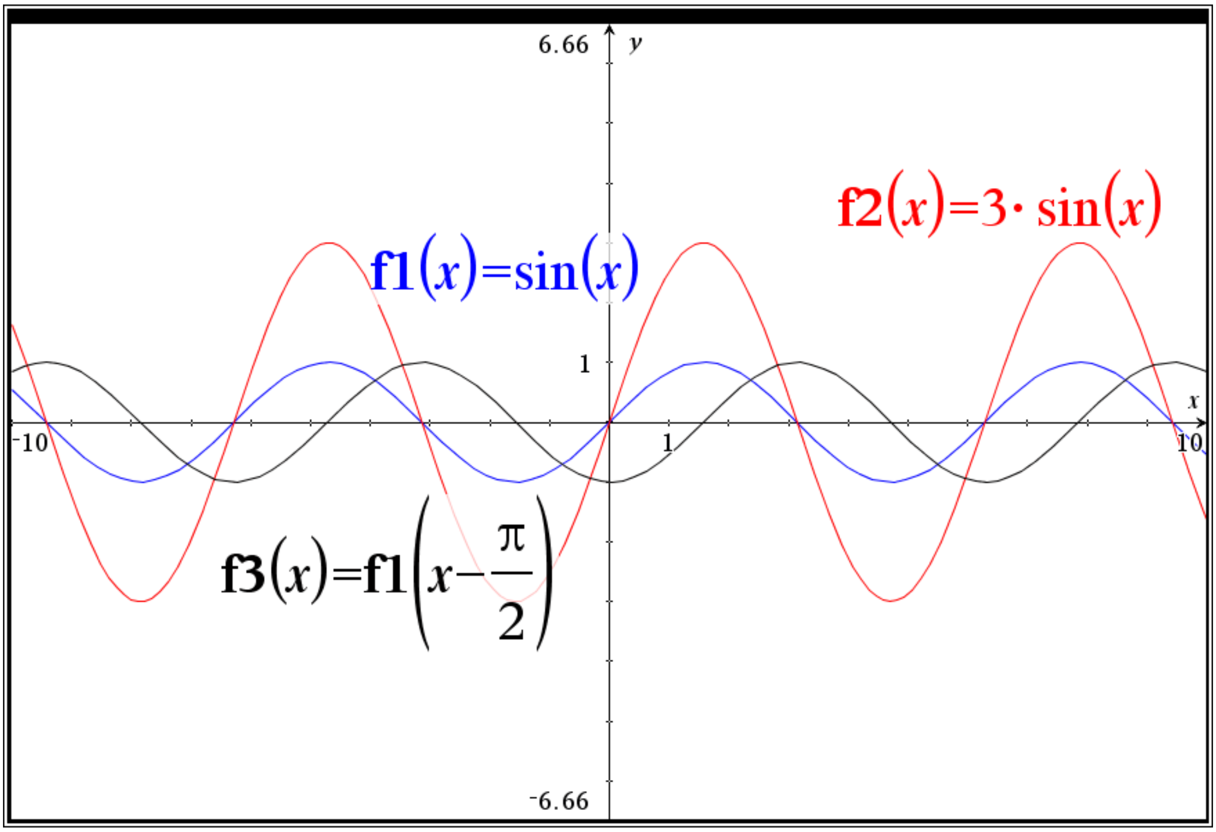
Aufgabe 2
2.1 (5 Punkte)
Eine Parabel (Graph einer quadratischen Funktion) sei gegeben durch
$f(x) = -(x - 3)^2 + 4$.
a) Skizzieren Sie die Parabel im untenstehenden Koordinatensystem
b) Gesucht sei der Punkt P(x|f(x)) für x = 4.
c) Von diesem Punkt aus werde eine Gerade G durch den Ursprung des Koordinatensystems gezogen. Wie lautet deren Gleichung?
d) Bestimmen Sie die Nullstellen von f(x).
e) Bestimmen Sie die Koordinaten des weiteren Schnittpunktes von G mit dem Graphen von f(x).



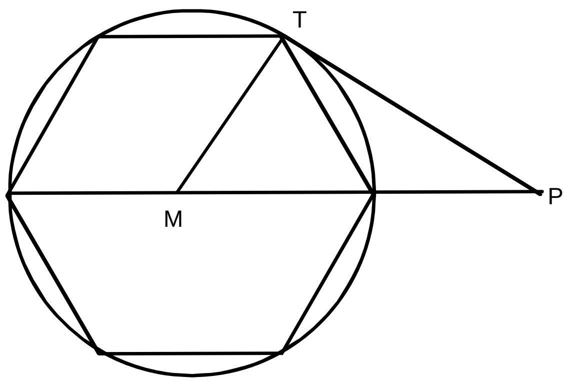
b) P(4|3)
c) $g(x) = y = \frac{3}{4} x$
d) $N_1(1|0)$ $N2(5|0)$
e) $f(x) = g(x) \implies -(x - 3)^2 + 4 = \frac{3}{4} x \implies x = 4$ oder $x = 1.25$.
also $S(^5/_4|^{15}/_{16})$

Name/Vorname: ....

2.2 (2 Punkte)
Folgendes Schaubild zeigt den Graphen von f(x). Skizzieren Sie Sie in dasselbe Koordinatensystem die Graphen von g(x) und h(x), so dass gilt: a) g(x) = 3 ·f(x) b) h(x) = f(x - π/2)



Aufgabe 3
3.1 (3 Punkte)
Einem Kreis mit Radius 10 cm wird ein gleichseitiges Sechseck einbeschrieben und in der Ecke T des Sechsecks die Tangente an den Kreis eingezeichnet . Diese schneidet den Kreisdurchmesser gemäss Skizze im Punkt P. Berechnen Sie Seiten, Winkel und Höhen des entstandenen Dreiecks MPT.



$\angle$TMP=60°; $\angle$MPT=30°

$\frac{r}{|MP|} = Cos(30°)$ ==> |MP| = 20

t = $\sqrt{|MP|^2 - r^2} = 17.3025$

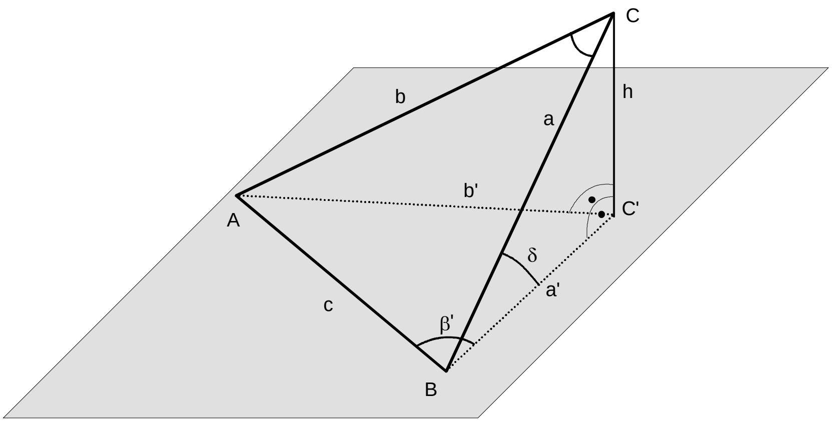
h = $\frac{\sqrt{3}}{2}\,r = 8.66025$

Name/Vorname: ....

3.2 (3 Punkte)

Aus der *Karte* liest man den Abstand zwischen A und B zu 8310 m, denjenigen zwischen B und C‘ zu 6950 m. Der horizontal gemessene Winkel β‘ bei B betrage β‘ = 33,2°.
A und B liegen beide auf 550 M.ü.M., C liegt auf 2850 M.ü.M.

a) wie gross sind die realen Abstände zwischen den Punkten A, B und C und wie gross ist der reale Sehwinkel ∠BCA bei C?
b) Welchen Höhenwinkel δ müsste man müsste man von B nach C gemessen haben?



Höhendifferenz: $\Delta h = 2300$

$a = \sqrt{ak^2 + hAC^2}\ 7320.69$

Cos-Satz: $bk = 4550.25$

weitere Elemente des Kartendreiecks: $\beta = 90.0442$

$b = \sqrt{bk^2 + hAC^2} = 5098.51$

Cos-Satz: $\gamma = 81.8899$

$\alpha = 60.7082 \qquad \beta = 37.4019$

$\delta = \mathrm{ArcTan}\left(\frac{hAC}{bk}\right) = 26.8151$

Name/Vorname: ....

Aufgabe 4
4.1 (2 Punkte)

Schreiben Sie ohne Wurzeln und vereinfachen Sie:

$$\frac{\sqrt[9]{729\cdot p^{6}\cdot q^{-3}\cdot t}}{\sqrt[3]{243\cdot p^{4}\cdot q^{8}}}$$

$$\frac{t^{\frac{1}{9}}}{3\cdot p^{\frac{2}{3}}\cdot q^{3}}$$

4.2 (2 Punkte)

Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmus zusammen:

$$\log_{25}(a)-3\cdot\log_{125}(a)+\log_{625}(a)$$

$$\frac{\log_5(a)}{\log_5(25)}-\frac{3\log_5(a)}{\log_5(125)}+\frac{\log_5(a)}{\log_5(625)}=\frac{\log_5(a)}{2}-\frac{3\log_5(a)}{3}+\frac{\log_5(a)}{4}=-\frac{1}{4}\log_5(a)=\frac{-\ln(a)}{4*\ln(5)}$$

4.3 (4 Punkte)

Von einem radioaktiven Präparat werden zu Beginn 300 Zerfälle pro Sekunde gemessen, nach 4 Minuten 25 Sekunden misst man noch 10% davon.

a) Geben Sie eine Funktion an, die den zeitlichen Verlauf des Zerfalls darstellt.
b) Welche Aktivität misst man nach einer Minute?
b) Nach welcher Zeit ist noch die halbe Aktivität zu messen?

a) $30 = \mathbf{no} \cdot p^{\frac{53}{12}}$ $\Rightarrow$ p = 0.593724

$n(t) = 300 \cdot 0.593724^t$

b) n(1) = 178.117

c) $\frac{1}{2} = (0.593724)^t$

T = 1.32955 min

4.4 (3 Punkte)
Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründen Sie durch eine dokumentierte Rechnung (keine Taschenrechnerkalkulation):

$3^{-15} + 3^{-15} + 3^{-15} = 9^{-7}$

$3 \cdot 3^{-15} = 3^{-14} = 3^{-7}\ 3^{-7} = (3 \cdot 3)^{-7} = 9^{-7}$