gym | MATUR

Konferenz der Schulleitungen der
Gymnasien des Kantons Bern KSG

KANTONALE PRÜFUNG 2013

für den Übertritt in eine
Maturitätsschule
auf Beginn des 11. Schuljahres

Mathematik

Bitte beachten:

- **Bearbeitungsdauer 120 Minuten**
- **Aufgabenserie umfasst 4 Aufgaben**
- **Die Aufgaben werden wie folgt bewertet**

Aufgabe 1.1	**3 Punkte**
Aufgabe 1.2	**2 Punkte**
Aufgabe 1.3	**1 Punkte**
Aufgabe 2.1	**4 Punkte**
Aufgabe 2.2	**6 Punkte**
Aufgabe 3.1	**2 Punkte**
Aufgabe 3.2	**4 Punkte**
Aufgabe 4.1	**1 Punkte**
Aufgabe 4.2	**5 Punkte**
Aufgabe 4.3	**2 Punkte**

- **Total sind 30 Punkte erreichbar**
- **Alle Lösungen müssen so dokumentiert und dargestellt werden, dass sie nachvollziehbar sind.**
- **Alle Berechnungen und Lösungen sind auf diese Blätter (2 bis 8) einzutragen**
- **Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner (nicht CAS fähig!)**

Name/Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....

Z. Zt. besuchte Schule: ....

Name/Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....

Aufgabe 1
1.1 (3 Punkte)
Lösen Sie das folgende Gleichungssystem in Abhängigkeit von p (x,y sind die Variablen)..
Für welche Werte von p hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen?

$$\left| \begin{array}{r} 12 - 7\,x = \; -3\,y \\ -2py - 42x = -72 \end{array} \right|$$

$\boldsymbol{y} = \frac{\mathbf{7\,x-12}}{\mathbf{3}}$ eingesetzt in 2. Gl: $\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{724\,p+108}}{\mathbf{314p+126}}$ **=** $\frac{\mathbf{12(p+9)}}{\mathbf{7(p+9)}} = \mathbf{12/7}$ und y = 0 2 P

1P p = -9 $\Rightarrow$ unendl. Viele L.

1.2 (3 Punkte)

Bei einem Quader ist die zweite Kante 1 cm länger als die erste und die dritte 3 cm länger als die zweite. Wie lange sind die Kanten, wenn die räumliche Diagonale 17 cm misst?

$\sqrt{a^2 + (a+1)^2 + (a+4)^2 = 17} = \sqrt{3\,a^2 + 10\,a + 17} = 17 ==> (a = -\frac{34}{8}\ oder)\ a = 8$

Wurzel 1P Gleichung 1P L: 1P

Aufgabe 2
2.1 (4 Punkte)
Gegeben seien die Funktion f(x) = x^2 - a x + 2 und die Gerade gemäss
g(x) = a · x – 2

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen für a = 10
2P

b) Berechnen Sie a so, dass der Graph von g die Kurve von f in einem Punkt berührt.
2P

x^2 – 20 x + 4 = 0 ==> $x = 2 \cdot (5 \pm 2 \cdot \sqrt{6})$

x = 0.2.0204 x = 19.798

x^2 – 2 a ·x + 4 = 0 ==> $x = a \pm \sqrt{a^2 - 4}$

genau 1L: Diskriminante = 0 ==> a = +/- 2

Name/Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....

2.2 (6 Punkte)

Eine Gerade g sei gegeben durch x + 3y - 12 = 0
Zwischen g und den beiden Achsen wird im ersten Quadranten ein Rechteck eingeschrieben. Die Ecke A des Rechtecks liegt im Ur¬sprung, die beiden anliegenden Seiten a und d fallen auf die bei¬den Achsen und die gegenüberliegende Ecke C liegt auf g. Wo muss C liegen, damit der Flächen¬inhalt des Rechtecks möglichst gross wird und wie gross wird dann dieser Flächeninhalt?

$y = -\frac{1}{3}x + 4$

$A = x(-\frac{1}{3}x + 4) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x$ 2P

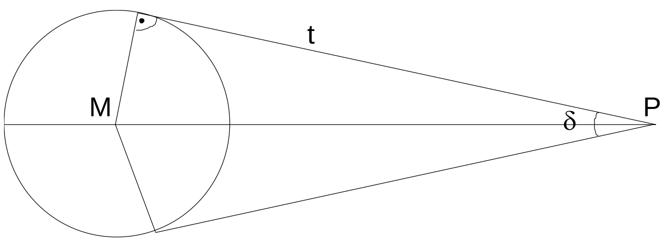
$x_S = -\frac{4}{-\frac{2}{3}} = 6$ 2P

C(6 | 2) A= 12 2P

Aufgabe 3

3.1 (2 Punkte)

Von P aus sieht man eine Kugel unter δ = 18°. Der Radius der Kugel beträgt r = 4.5 m. Wie weit vom Zentrum der Kugel weg steht der Punkt P und wie gross ist die Strecke zwischen den beiden Tangentenberührungspunkten?



$\frac{r}{d} = Sin(\delta/2)$ ==> d = $\frac{r}{Sin(\frac{\delta}{2})}$ = 28.766

Halber Abstand u/2 = $r\ Cos(\frac{\delta}{2})$ ==> u = 8.8922

Name/Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....

3.2 (4 Punkte)

Von einem Dreieck seien die Seite a = 12 und die Winkel $\beta = 80°$ sowie $\gamma = 33°$ gegeben.

a) Berechnen Sie die übrigen Seite und Winkel des Dreiecks

b) Berechnen Sie den spitzen Winkel zwischen der Seitenhalbierenden s_c von c und der Höhe h_b auf b.

WSW: Sin-satz: $\alpha = 67.$ c = 7.10009 b = 12.8383

Dreieck sc, b, $\frac{c}{2}$ **: sws: sc := 11.9083** φ **:= 97.0728** γ **2 := 12.8383** 2P

180 − δ **:=** δ**' := 360° − 90° −** α **−** φ **:= 360° − 90° − 67. − 97.0728 := 105.927** 2P

spitzer Winkel δ **:= 180° −** δ**' := 74.0728**

$h_b = a \sin(\gamma) = 6.5337$

Aufgabe 4

4.1 (1 Punkt)

Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{\sqrt{256p^2q^3}}{\sqrt{4pq}} = 8\,q\,\sqrt{p}$

4.2 (5 Punkte)

In Tschernobyl ist am 26.4.1986 der radioaktive Stoff Cäsium 137 entwichen. Das Isotop Cäsium 137 verliert jährlich etwa 2.3% seiner radioaktiven Aktivität. 1986 wurde Anfang Mai in einer Probe eine Strahlenbelastung von 330 Becquerel (Zerfälle/Sekunde) gemessen.

a) Berechnen Sie die radioaktive Belastung an Silvester 1999 in der Probe.

b) Berechnen Sie die Halbwertszeit, d.h. die Zeitspanne, nach welcher die Aktivität auf die Hälfte des Anfangswertes abnimmt.

c) Skizzieren Sie die Aktivitätskurve im unten stehenden Koordinatensystem

$$A(t) = A_0 \cdot 0.977^t = A_0 \cdot e^{\ln(0.977)\cdot t} = A_0 \cdot e^{-0.0233\cdot t} = 330 \cdot 0.997^t$$

T = 13y 8 Mt = 41/3 y

A(41/3)=240.108 Bq 2P

$$A_0 \cdot e^{-0.0233\cdot t} = \frac{1}{2}A_0$$

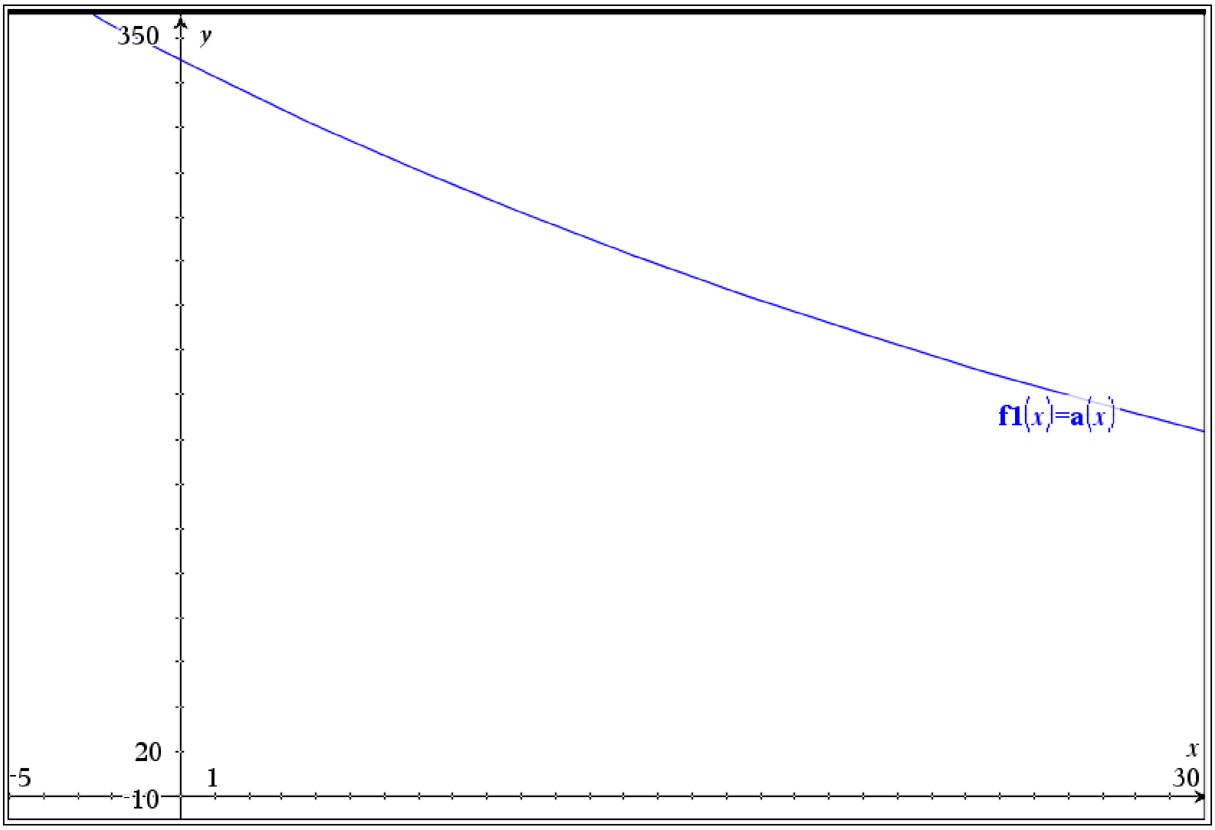
$$\ln\left(e^{-0.0233\cdot t}\right) = -0.0233\cdot t = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = \frac{\ln(1/2)}{-0.0233} = 29.8$$ 2P

Graph 1P

Name/Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....



4.3 (2 Punkte)

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$-\log_b\left(\frac{a\cdot p}{b}\right) + 2\cdot log_b\left(\sqrt{\frac{a}{p}}\right) + 2\cdot log_b\,(p)$$

$$\boldsymbol{log_b\left(\frac{1}{a\,p}\right) + log_b(b) + log_b\left(\frac{a}{p}\right) + log(p^2)}$$

$$\boldsymbol{log_b\left(\frac{1}{a\,p}\right) + 1 + log_b\left(\frac{a}{p}\right) + log(p^2)}$$

$$\boldsymbol{log_b\left(\frac{1}{a\,p}\,\frac{a}{p}\,p^2\right) + 1 = log_b\,(1) + 1 = 1}$$

1P 1P