Zentrale Aufnahmeprüfung 2009 für die Kurzgymnasien und die Handelsmittelschulen des Kantons Zürich

Mathematik, 2. Sekundarschule

Von der Kandidatin oder vom Kandidaten auszufüllen:

Name: .... Vorname: ....

Prüfungsnummer: ....

- Du hast 90 Minuten Zeit.
- Du musst alle Aufgaben in dieses Heft lösen. Wenn du zu wenig Platz hast, kannst du die rechte Seite benutzen. Du darfst kein zusätzliches Notizpapier verwenden.
- Du darfst die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösen.
- Deine Lösungswege müssen klar ersichtlich sein. Sämtliche Zwischenresultate oder Überlegungsfiguren gehören in dieses Heft.
- Hebe deine Schlussresultate deutlich hervor.
- Taschenrechner, welche leistungsfähiger sind als übliche Sekundarschulrechner, dürfen nicht benutzt werden.
- **Du darfst erst umblättern und die Prüfung zu lösen beginnen, wenn die Lehrerin oder der Lehrer das Signal dazu gibt.**

Bitte nicht ausfüllen!

Aufgabe Nummer	1a	1b	2	3	4a	4b	5	6a	6b	7	8a	8b	9	10a	10b	11	**Total**	**Note**
Maximale Punktzahl	2	2	3	2	2	2	3	2	2	4	1	2	2	1	2	4	**36**	
Erreichte Punktzahl																		

1. a) Vereinfache den Term so weit wie möglich:

$$\frac{2}{3}+\frac{3x}{2}-\frac{6}{5}\left(\frac{20x}{9}-\frac{2}{3}\right)$$

Das Ergebnis muss aus einem gekürzten Bruch bestehen.

b) Gegeben ist der Term $\frac{12a-3b}{8}$.

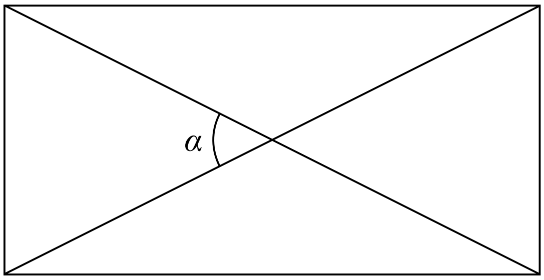
Setze in diesem Term 0.305 für a und $\sqrt{0.8^2+1}$ für b ein, und berechne den Wert des Terms. Bestimme nun, mit welchem Faktor man das Resultat multiplizieren muss, um das Produkt 1 zu erhalten. Runde diesen Faktor auf eine ganze Zahl.

2. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung bezüglich der Grundmenge $\mathbb{Z}$. Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an.

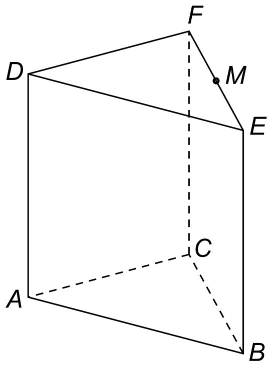
$7 + 4(x - 3) < (-14x) - 11(1 - 2x) - (x + 1) + 22$

3. In einem Rechteck teilt jede Diagonale die rechten Winkel in zwei Teilwinkel, welche jeweils im Verhältnis 11 : 34 stehen (siehe nicht massstabstreue Figur).

Berechne den Winkel α.



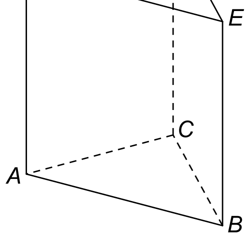
4. In einem geraden dreiseitigen Prisma misst die Höhe 7 cm. Die Kanten *DE* und *DF* messen je 5 cm. *M* ist Mittelpunkt der Kante *EF*. Die Strecken *EM* und *FM* sind je 3 cm lang (siehe nicht massstabstreue Figur).



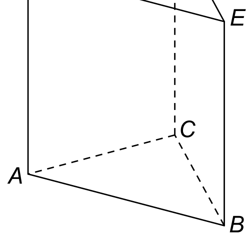
a) Berechne die Länge der Strecke *AM*.
(Genauigkeit: 2 Dezimalen)

b) Durch das Prisma wird ein ebener Schnitt durch den Punkt *M* und mindestens zwei weitere Kantenmittelpunkte geführt. So können verschiedene Schnittfiguren entstehen, zum Beispiel Dreiecke oder Rechtecke oder Trapeze etc. Zeichne vier *verschiedene* Schnittfiguren, und zwar in jedes Schrägbild unten eine verlangte Figur. (Hinweis: Messen erlaubt)

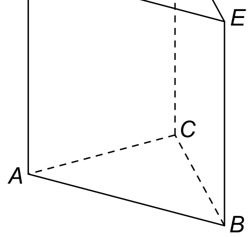
Rechteck



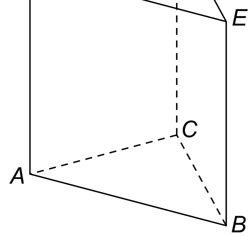
Rechteck



Trapez
(kein Rechteck)



Trapez
(kein Rechteck)



5. Ein Sportler hat soeben auf seinem Fahrrad 180 km mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 32 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ zurückgelegt und sich in 4.5 Minuten für den bevorstehenden Marathon von 42.195 km umgezogen. Bestimme, wie viel Zeit er durchschnittlich pro Kilometer auf dieser zweiten Etappe brauchen darf, wenn er seine persönliche Gesamtbestzeit von 9 h 40 min um $\frac{1}{10}$ unterbieten will. Runde dein Resultat auf die nächste Sekunde.

6. Ein Schwimmbecken ist 1620 cm lang, 648 cm breit und 270 cm tief. Der Boden und die Wände des Schwimmbeckens sollen mit gleich grossen quadratischen Platten belegt werden.

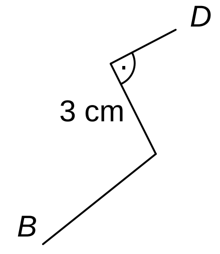
a) Die quadratischen Platten sollen möglichst gross sein. Bestimme die Seitenlänge der Platten.

Teilaufgabe b) ist von Teilaufgabe a) unabhängig.

b) Die Seitenlänge der Platten beträgt nun 9 cm. Die äusserste Plattenreihe jeder Fläche ist mit roten Platten zu belegen. Berechne, wie viele rote Platten benötigt werden.

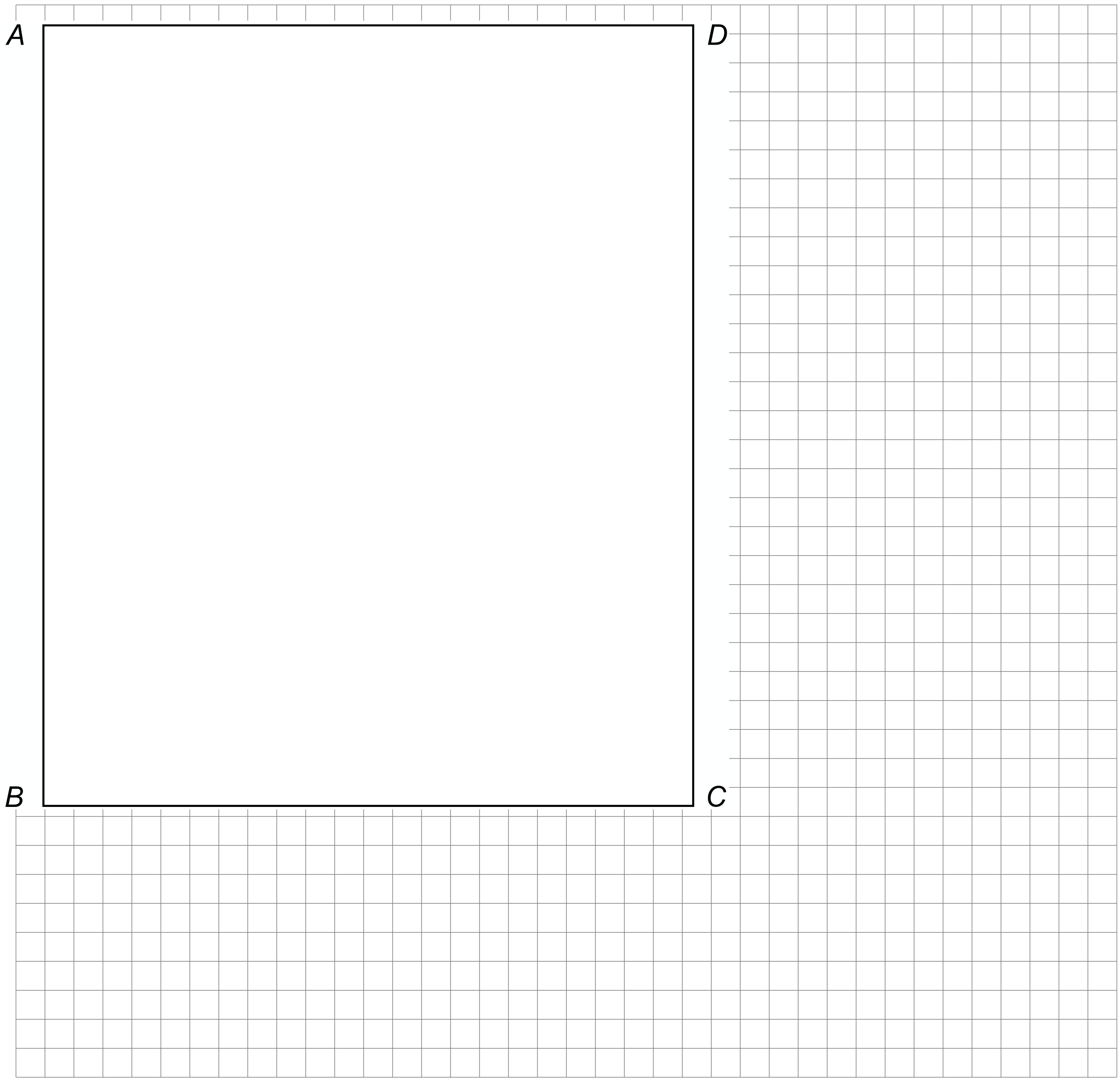
7. Gegeben ist ein Rechteck *ABCD* (siehe Figur). Eine Ameise läuft von der Ecke *B* zur Ecke *D*. Sie läuft nicht auf direktem Weg, sondern in drei Etappen bzw. entlang drei Teilstrecken:

- Auf der ersten Teilstrecke von Ecke *B* aus hat sie zu jedem Zeitpunkt von *AB* den gleichen Abstand wie von *BC*. In dieser Richtung läuft sie so weit, bis sie genau gleich weit von Ecke *B* und Ecke *D* entfernt ist.
- Jetzt biegt sie nach links ab. Von dieser zweiten Teilstrecke ist nur bekannt, dass sie 3 cm lang ist.
- Nun biegt die Ameise rechtwinklig ab und gelangt auf der dritten Teilstrecke auf direktem Weg genau zur Ecke *D*.



grobe Skizze des Wegs

Konstruiere den genauen Streckenverlauf von *B* nach *D* in unten stehende Figur. Schreibe dazu auch einen vollständigen Konstruktionsbericht.



8. Ein Liter Cola wiegt 1 kg. Davon sind $\frac{5}{46}$ Zucker.

a) Ein Würfelzucker wiegt 3 g. Berechne, wie viele Würfelzucker der in 5 dl Cola enthaltenen Zuckermenge entsprechen. Runde das Ergebnis auf ganze Würfelzucker.

b) Durch eine chemische Methode lässt sich $\frac{1}{333}$ des Zuckers aus Cola herausholen. Bestimme, wie viele Liter Cola nötig sind, um 431 Milligramm Zucker herauszuholen. (Genauigkeit: 1 Dezimale)

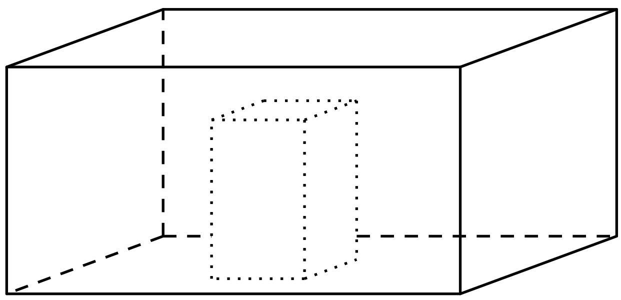
9. Bestimme alle Mengen $\mathbb{M}$, welche folgende Bedingungen erfüllen:

$\{b, c\} \cup \mathbb{M} = \{a, b, c, d, e\}$ und die Menge $\{b, c\}$ ist nicht Teilmenge von $\mathbb{M}$.

10. In einem quaderförmigen, 15 cm hohen Behälter mit einer Grundfläche von 300 cm^2 steht 6 cm hoch Wasser.

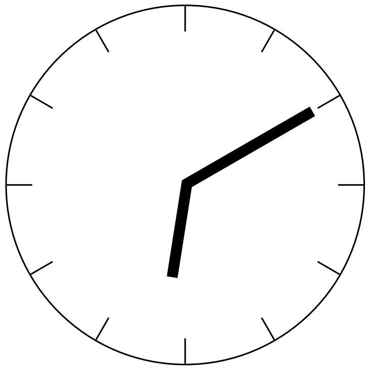
a) Berechne, wie viele Liter nachgefüllt werden müssten, damit dieser Behälter voll würde.

b) In den teilweise gefüllten Behälter wird ein Quader so hinein gestellt, dass er mit seiner Grundfläche von 100 cm^2 auf dem Boden des Behälters steht (siehe nicht massstabstreue Figur). Dadurch steigt der Wasserspiegel genau auf die Höhe des hineingestellten Quaders an. Bestimme die Höhe dieses Quaders.



11. a) Eine Armbanduhr zeigt 10 Minuten nach 6 Uhr (siehe Figur).

Berechne den stumpfen Winkel zwischen dem kleinen und dem grossen Zeiger.



b) Der Durchmesser des kreisförmigen Zifferblatts misst 2.88 cm. Der Stundenzeiger ist halb so lang wie der Minutenzeiger. Das 1.5-fache des arithmetischen Mittels (Durchschnitts) der beiden Zeigerlängen ist gleich lang wie der halbe Durchmesser.

Berechne die Länge der Zeiger.