Mathematik

- Zeit: 120 Minuten
- Endresultate, welche nicht ganzzahlig sind, sollen auf zwei Dezimalstellen nach dem Komma gerundet werden. Zwischenergebnisse sollen hingegen nicht gerundet werden.
- Löse jede Aufgabe auf dem dafür vorgesehenen Platz auf den Prüfungsblättern. Falls zu wenig Platz vorhanden ist, kannst Du auch die Rückseite benutzen. Zeige dies mit einem Pfeil an.
- Der Lösungsweg muss aus der Darstellung ersichtlich sein. Für Ergebnisse ohne nachvollziehbaren Lösungsweg können keine Punkte garantiert werden.
- Auf eine saubere und korrekte Darstellung wird Wert gelegt.
- Als Hilfsmittel sind einfache Taschenrechner (ohne CAS) zugelassen.
- Berechnungen sind nicht mit Bleistift zu schreiben. Bei Konstruktionen ist hingegen die Verwendung von Bleistift und Geodreieck erlaubt.

Prüfungsnummer	
Aufgabe	**Punkte**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Total	
Note	

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Man vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich: (2 P.)

$$15 - 5\cdot(3x-4y) + 6\cdot(2.5x-3.5y-2) - (-5)\cdot(2-3x) =$$

$= 15 - 15x + 20y + 15x - 21y - 12 + 10 - 15x$

$= \underline{-15x - y + 13}$

b) Man vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich: (2 P.)

$$\frac{(-4xy)^2\cdot(4x^3+y^2)^8\cdot x\cdot y}{(y^2+4x^3)^7\cdot 4(xy)^3} = \frac{16x^2y^2\cdot(4x^3+y^2)\cdot x\cdot y}{4x^3y^3}$$

$= 4\cdot(4x^3+y^2) = \underline{16x^3+4y^2}$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

a) Man berechne die Lösung der folgenden Gleichung: (2 P.)

$$24 - 6\cdot(x-5) + 28\cdot(2-3x) = 1'185 - 47x$$

$\underline{x = -25}$

b) Man berechne die Lösung der folgenden Gleichung: (2 P.)

$$\frac{3x-8}{5} - \frac{6-5x}{6} = 2x - \frac{89}{12}$$

$\underline{x = 8.5}$

c) Die folgende Aufgabe ist mit Hilfe einer Gleichung zu lösen: (2 P.)

Ein Fussballstadion umfasst total 18'000 Sitzplätze.
Es gibt in diesem Stadion Plätze in einer ersten und in einer zweiten Kategorie.
Bei einem Europacup-Spiel kostet ein Platz in der ersten Kategorie Fr. 120.- und ein Platz in der zweiten Kategorie kostet Fr. 80.-.
Beim letzten solchen Spiel war das Stadion ausverkauft, und so wurden Tickets im Wert von insgesamt Fr. 1'620'000.- verkauft.

Wie viele Plätze umfasst die erste Sitzplatz-Kategorie in diesem Stadion?

x: Anzahl Plätze in der ersten Kategorie

$$x \cdot 120 + (18'000 - x) \cdot 80 = 1'620'000$$

$$40x = 180'000$$

$$\underline{x = 4'500}$$

Die erste Sitzplatz-Kategorie umfasst 4'500 Plätze.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Filippo Cerutti ist ein Fischhändler in Locarno, und Luigi Totti ist sein bester Kunde. Deshalb gewährt Filippo diesem Kunden jeweils einen Rabatt von 15%.

a) Dank diesem Rabatt bezahlt Luigi Totti bei Filippo heute für 6.5 kg frische Felchen einen Preis von Fr. 154.70.
Wie hoch liegt heute der reguläre Preis für ein Kilogramm frische Felchen bei Filippo Cerutti? (2 P.)

b) Wenn Filippo Cerutti die Felchen zum regulären Preis verkauft, dann erzielt er mit diesen Fischen einen Gewinn von 75%.
Wie viel Prozent beträgt der Gewinn bei denjenigen Felchen, welche Filippo seinem besten Kunden Luigi Totti verkauft? (2 P.)

c) Filippo Cerutti verkauft auch frische Austern (Muscheln).
Dabei gibt es jedoch 2 Qualitäten: Bei der zweiten Qualität liegt der Preis um 25% tiefer als bei der ersten Qualität.
Ein Kunde kauft bei ihm insgesamt 6 kg Austern, und zwar 3 mal so viel Muscheln der zweiten Qualität wie solche der ersten Qualität.
Insgesamt bezahlt der Kunde für diese 6 kg Austern Fr. 292.50.

Wie viel kostet ein Kilogramm der Austern von der zweiten Qualität bei Filippo Cerutti? (2 P.)

a) $154.70 : 6.5 = 23.80$ (Kilopreis)

$\frac{23.80 \cdot 100}{85} = \underline{\text{Fr. } 28.-}$ (regulärer Kilopreis)

b) Einkaufspreis: $x \cdot 1{,}75 = 28.- \rightarrow x = \text{Fr. } 16.-$

Gewinn bei L. Totti: $\frac{100\% \cdot 23{,}80}{16.-} = 148{,}75\%$

$\rightarrow$ Gewinn: $\underline{48{,}75\%}$

c) 4,5 kg zweiter Qualität, 1,5 kg erster Qualität

$1{,}5 \cdot x + 4{,}5 \cdot 0{,}75x = 292.50$

$4{,}875x = 292{,}50 \rightarrow x = 60.-$

$0{,}75 \cdot 60.- = \underline{\text{Fr. } 45.-}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Ein leeres Fass in einer Weinkellerei wird zu $^3/_8$ mit einem bestimmten Wein gefüllt. Am folgenden Tag werden $^3/_4$ des noch vorhandenen Leerraumes in diesem Fass mit dem selben Wein nachgefüllt.
Und am dritten Tag wird das Fass schliesslich mit 93.75 Liter von diesem Wein vollständig aufgefüllt.

Wie viel Liter Wein fasst dieses Fass? (2 P.)

b) Ein anderes Fass in dieser Weinkellerei ist mit 550 Liter Wein vollständig aufgefüllt, und es wiegt damit 877.5 kg.
Nachdem man diesem Fass 150 Liter Wein entnommen hat, wiegt es nur noch 735 kg.
Wie viel wiegt das leere Weinfass? (2 P.)

a) $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{27}{32}$; $\frac{5}{32} \hat{=} 93{,}75$ Liter

$\frac{32}{32} \hat{=} \underline{600 \text{ Liter}}$

b) 150 Liter Wein wiegen $877{,}5 - 735$

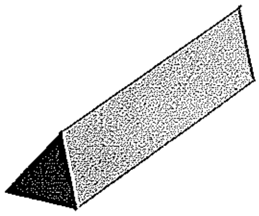
$= 142{,}5$ kg

$\rightarrow$ 1 Liter Wein wiegt 0,95 kg

$877{,}5 \text{ kg} - 550 \cdot 0{,}95 \text{ kg} = \underline{355 \text{ kg}}$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Ein Schokolade-Riegel besitzt die Form eines Prismas, dessen Grundseite ein gleichseitiges Dreieck ist.
(Eine der beiden Grundflächen ist hier als dunkles Dreieck zu erkennen, und die übrigen drei Seitenflächen sind rechteckig. Beachte die Abbildung.) (2 P.)



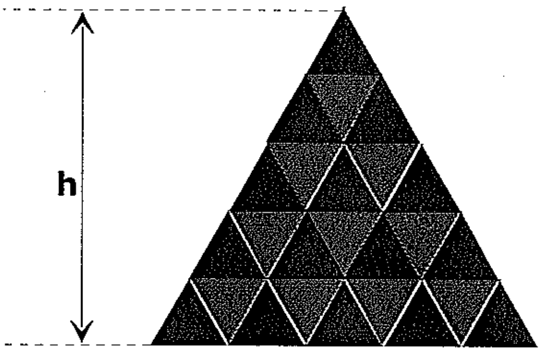
a) Der Schoko-Riegel besitzt eine Länge (längere Seite der rechteckigen Seitenflächen) von 15 cm und ein Gewicht von 62 Gramm.
Bei diesem Riegel besitzt ein Kubikzentimeter Schokolade ein Gewicht von 1.05 Gramm.

Wie viel cm^2 misst die dreieckige (hier dunkle) Grundfläche dieses Prismas? (2 P.)

$$V = \frac{62}{1{,}05} \cong 59{,}04762 \text{ cm}^3$$

$$A = V : 15 \cong 3{,}9365 \text{ cm}^2 \cong \underline{3{,}94 \text{ cm}^2}$$

b) Es werden 25 dieser Schokolade-Riegel wie dargestellt aufeinander gestapelt.



Wie hoch wird dieser Stapel? (Berechne also die Höhe h in cm.) (2 P.)

gleichseitiges Dreieck (mit Pythagoras)

$\rightarrow h_\Delta \cong 2{,}61117$ cm (pro Riegel)

$$h = 5 \cdot h_\Delta \cong 13{,}05585 \text{ cm} \cong \underline{13{,}06 \text{ cm}}$$

c) Man möchte auf die selbe Weise (wie in Teilaufgabe b)) 324 Schoko-Riegel aufstapeln.
Wie viele Riegel müssen dann in der untersten Reihe nebeneinander gelegt werden?
Dabei sind nur diejenigen Riegel gemeint, welche mit einer Seitenfläche auf dem Tisch liegen:

(2 P.)

ausprobieren: $1 + 3 + 5 + \dots + 35 = 324$

$\downarrow$

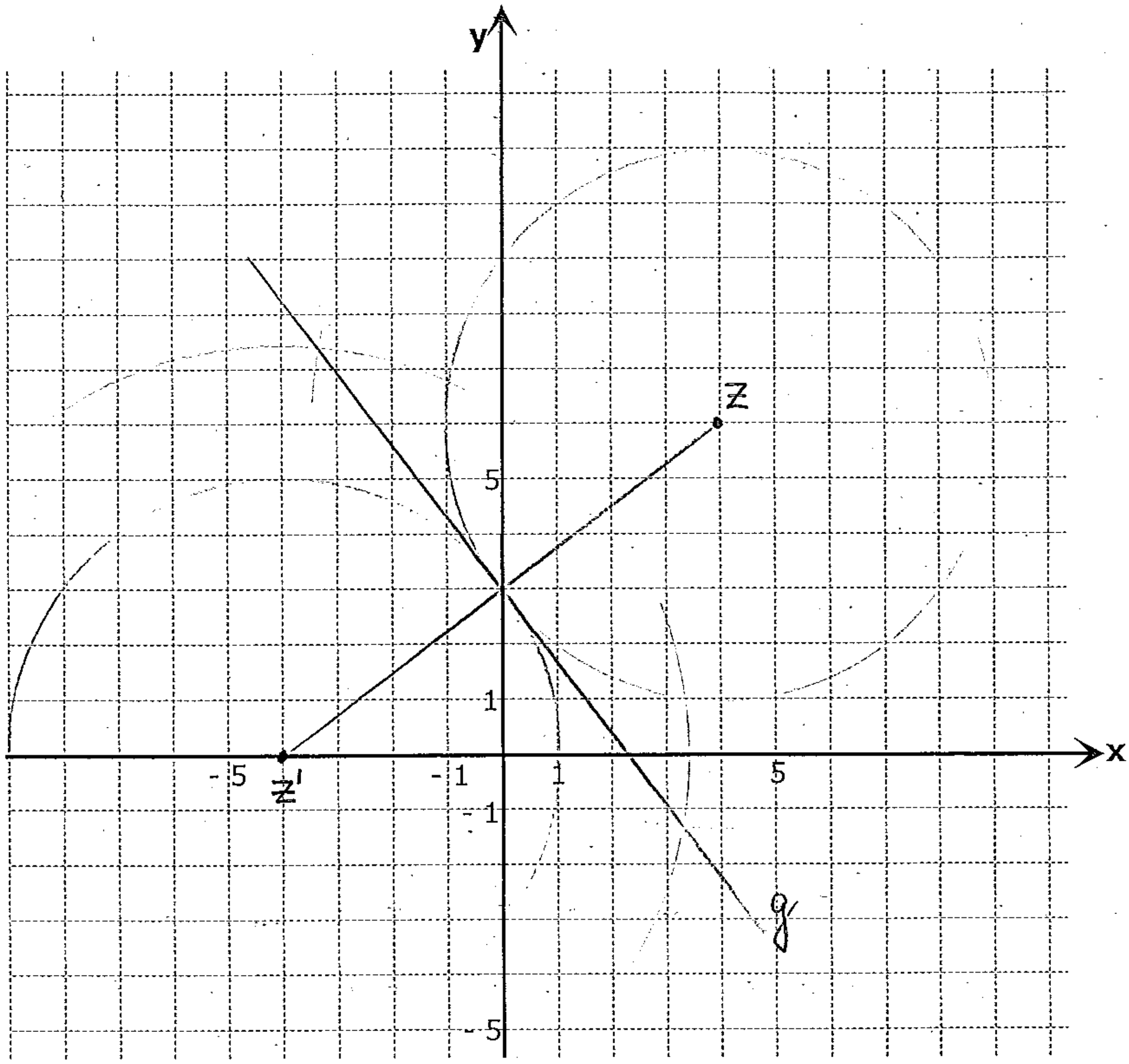
<u>18 Riegel</u>

Aufgabe 6 (6 Punkte)

a) Ein Kreis mit dem Zentrum Z(4 | 6) wird an einer Geraden g gespiegelt, und das Bild ist ein Kreis mit dem Zentrum in Z'(- 4 | 0). Die beiden Kreise sollen sich berühren.

a1) Konstruiere die Gerade g und die beiden Kreise im gegebenen Koordinatensystem. (1 P.)

a2) Berechne, wie viel die Radien der beiden Kreise messen. (1 P.)



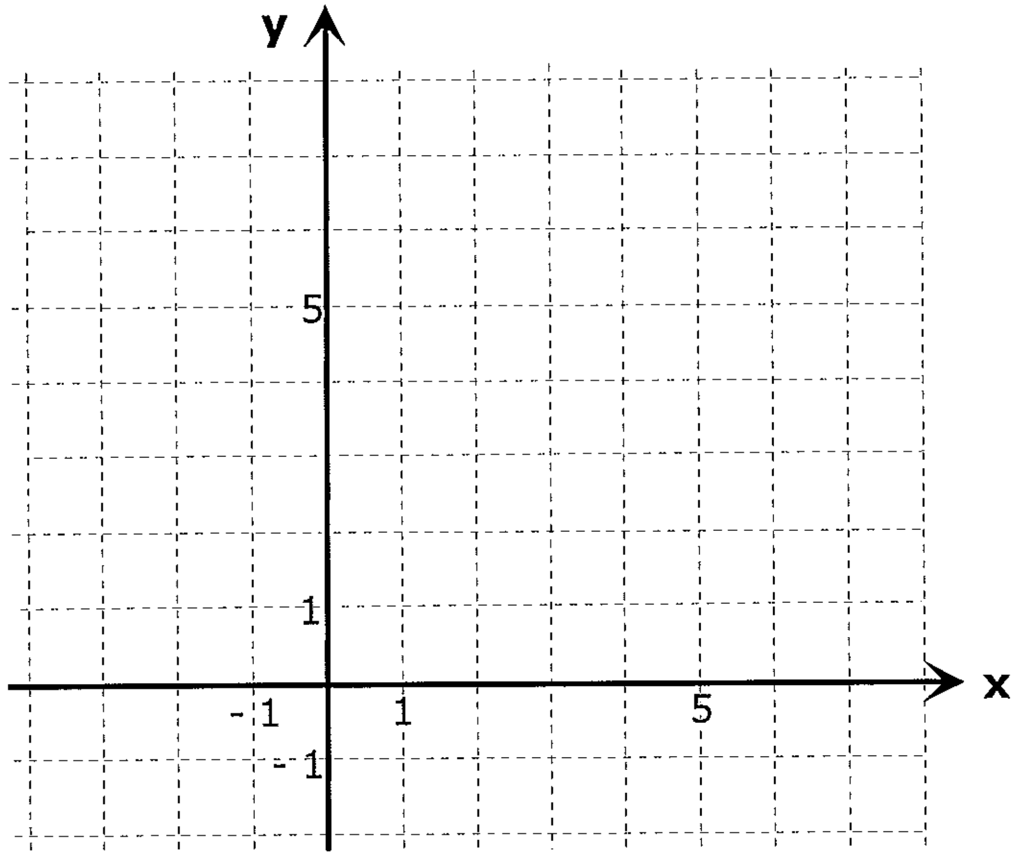
a 2) $|\overline{ZZ'}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 = 2r$

$\rightarrow r = 5$ E

b) Ein Dreieck besitzt die beiden Eckpunkte A(- 2 | 4) und B(5 | 2) sowie den Schwerpunkt S(2 | 4).

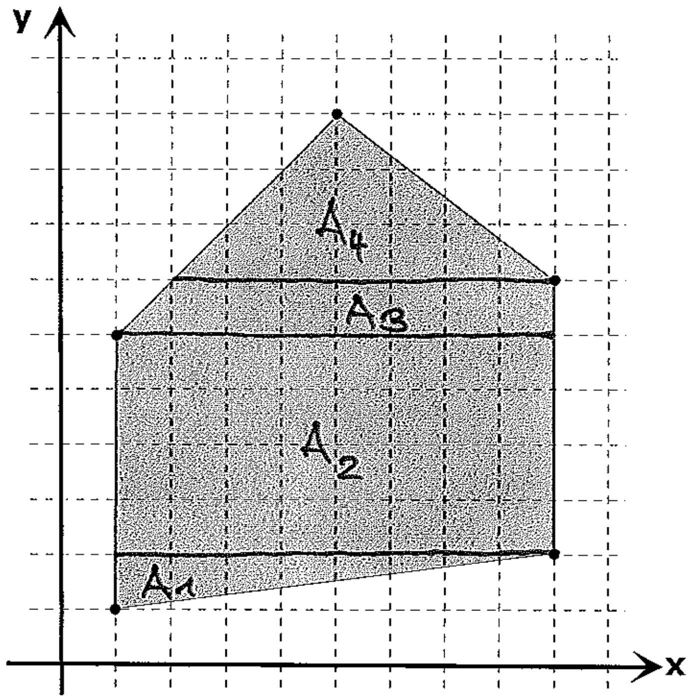
b1) Zeichne die drei gegebenen Punkt in das Koordinatensystem. (1 P.)

b2) Konstruiere die Lage des fehlenden Eckpunktes C des Dreiecks. (1 P.)



zu b2) exakte Koordinaten:
C(3|6)

b3) Das dargestellte Fünfeck besitzt die Eckpunkte A(1 | 1) , B(9 | 2) , C(9 | 7) , D(5 | 10) und E(1 | 6). Berechne den Flächeninhalt dieses Fünfecks. (2 P.)



zB

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

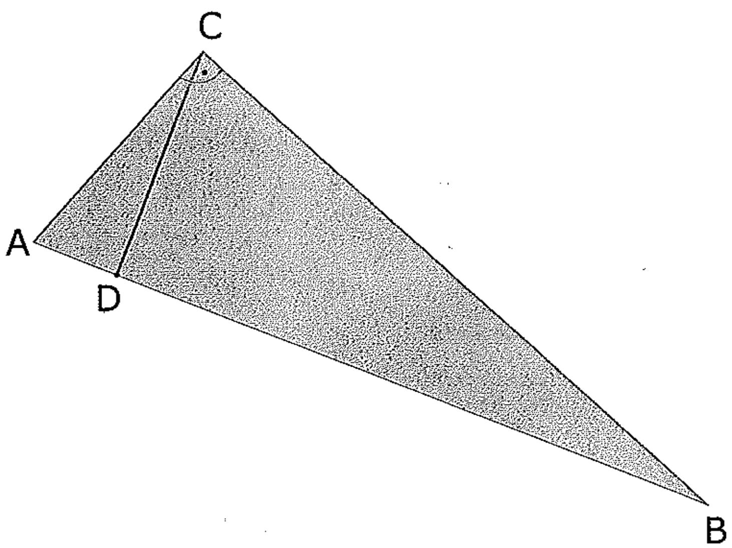
$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + \frac{8+7}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3$$

$$= 4 + 32 + 7{,}5 + 10{,}5 = \underline{54 \ E^2}$$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

a) Das abgebildete rechtwinklige Dreieck ABC besitze eine Kathete der Länge $\overline{BC}$ = 26 cm sowie den Hypotenusenabschnitt $\overline{BD}$ = 24 cm.
Bei der Strecke $\overline{CD}$ handelt es sich um die Höhe h_c.

Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC. (2 P.)



$h = \overline{CD} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10\text{ cm}$

mit Höhensatz: $\overline{AD} = \frac{h^2}{24} = 4{,}1\overline{6}\text{ cm}$

$\overline{AB} = 24 + \overline{AD} = 28{,}1\overline{6}\text{ cm}$

Flächeninhalt $= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h = 140{,}8\overline{3}\text{ cm}^2$

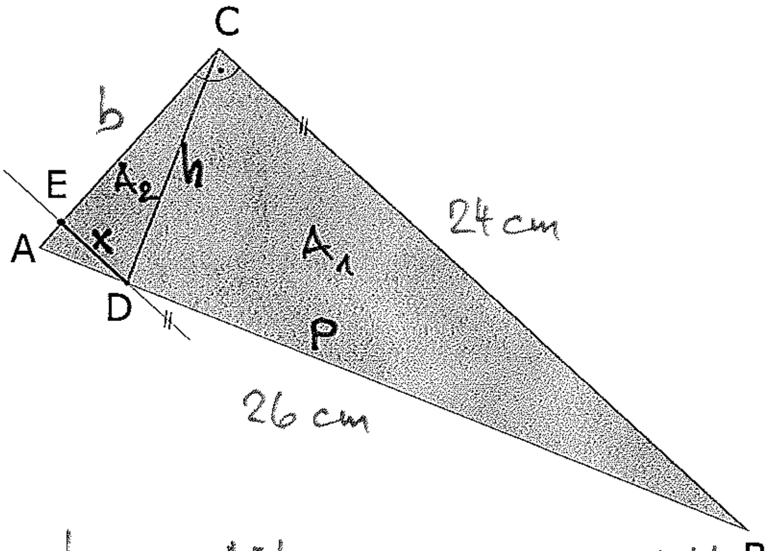
$\underline{\cong 140{,}83\text{ cm}^2}$

b) Wie viel misst der Radius des Umkreises des Dreiecks ABC? (1 P.)

$r = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = 14{,}08\overline{3}\text{ cm} \; \underline{\cong 14{,}08\text{ cm}}$

(Folgefehler falls $\overline{AB}$ in Teilaufgabe a) falsch berechnet)

c) In einem anderen rechtwinkligen Dreieck ABC misst die Hypotenuse 26 cm, und die Kathete $\overline{BC}$ misst 24 cm.
Durch den Höhenfusspunkt D ist hier noch eine Parallele zur Kathete $\overline{BC}$ gezeichnet.
Diese Parallele schneidet die Kathete $\overline{AC}$ im Punkt E.
Welche Länge besitzt die Strecke $\overline{DE}$? (3 P.)



ohne Höhen- oder Kathetensatz:

$$b = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10 \text{ cm}$$

Flächeninhalt: $b \cdot 24 = 26 \cdot h$

$$h = \frac{240}{26} \cong 9{,}2307692 \text{ cm}$$

$$p = \sqrt{24^2 - h^2} \cong 22{,}153846 \text{ cm}$$

ganze Fläche $= A_1 + A_2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot 24 = 120 \text{ cm}^2$

mit $A_1 = \frac{1}{2} \cdot p \cdot h \cong 102{,}24852 \text{ cm}^2$

$\rightarrow A_2 = 120 - A_1 \cong 17{,}75148 \text{ cm}^2 = \frac{b \cdot x}{2}$

$\rightarrow x \cong 3{,}5503 \cong \underline{3{,}55 \text{ cm}}$

Notizblatt (ohne Bewertung)