KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Mathematik | **Aufnahmeprüfung 2007**
1. Klasse
1. Teil | Ausbildungsprofile M, N, S

Lösungen

1. Wir lösen die Gleichung Schritt für Schritt:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{5}+\frac{4}{15}&=\frac{2}{3}-x && \big|\cdot \text{ kgV der Nenner, d.h. } \cdot 15\\
3+4&=10-15x && \big|-10\\
-3&=-15x && \big|:(-15)\\
x&=\frac{-3}{-15} && \big|\text{Kürzen mit 3}\\
x&=\frac{1}{5}
\end{aligned}
$$

2. Wir setzen die vorgeschlagenen Zahlen der Reihe nach in die linke Seite der Ungleichung ein und vergleichen das Ergebnis mit der rechten Seite der Ungleichung:

x	$\left(\frac{x}{x-2}\right)^2$	$\geq \frac{1}{3}$
-3	$9/25 = 0.36$	ja
-2	$1/4 = 0.25$	nein
-1	$1/9 = 0.\overline{1}$	nein
0	0	nein
1	1	ja
2	nicht definiert	nein
3	9	ja

$\Rightarrow$ Die Ungleichung ist für $x = -3$, 1 und 3 erfüllt.

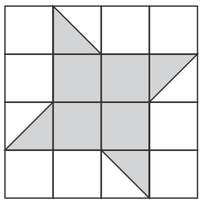
3. Wir stellen die ersten Wagen der drei Züge exakt nebeneinander.
   - Beim ersten Zug finden wir die Wagenenden bei 12 m, 24 m, 36 m, usw. Das sind alles ganze Vielfache von 12.
   - Beim zweiten Zug finden wir die Wagenenden bei 10 m, 20 m, 30 m, usw. Das sind alles ganze Vielfache von 10.
   - Beim dritten Zug finden wir die Wagenenden bei 14 m, 28 m, 42 m, usw. Das sind alles ganze Vielfache von 14.

   Die Züge enden an demselben Ort nach einem *gemeinsamen Vielfachen* von 12 m, 10 m und 14 m.
   Der kürzeste Zug hat damit als Länge das *kleinste gemeinsame Vielfachen* von 12 m, 10 m und 14 m. Wir berechnen also das kgV:

$$\left.\begin{array}{l} 12 = 2\cdot 2\cdot 3 \\ 10 = 2\cdot 5 \\ 14 = 2\cdot 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{kgV} = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7 = 420\,.$$

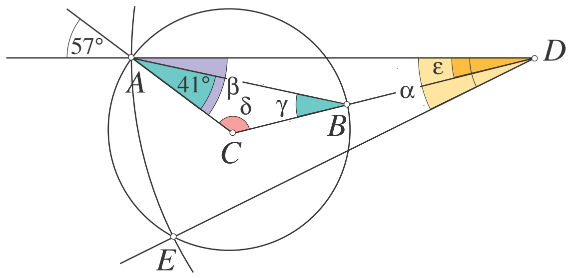
   Damit haben die kürzest möglichen Züge eine Länge von 420 m.

4. Die grau unterlegte Fläche besteht aus vier Quadraten und vier Dreiecken, die zu zwei Quadraten zusammengesetzt werden können. Damit ist der Flächeninhalt sechsmal so gross, wie der Flächeninhalt eines der kleinen Quadrate. Das grosse Quadrat besteht aus 16 kleinen Quadraten..



   Damit macht die grau unterlegte Figur $6/16 = 3/8$ der gesamten Fläche aus
   Dasselbe Ergebnis erhalten wir, wenn wir die ganze Figur in kleine Dreiecke zerlegen und diese auszählen.

5. Wir beschriften zuerst (fast) alle Winkel in der Zeichnung:



Die Berechnungen beginnen wir im Punkt A, denn dort liegen die beiden gegebenen Winkel an. Dann arbeiten wir uns Schritt für Schritt zum Punkt D vor:

Aus dem 57°-Winkel schliessen wir, dass auch sein Scheitelwinkel β 57° misst.

Aus dem 41°-Winkel schliessen wir, dass auch der Winkel γ 41° misst, denn das Dreieck ABC ist gleichschenklig und hat daher gleiche Basiswinkel.

Nun können wir im Dreieck ABC auch den dritten Winkel δ berechnen, denn die Winkelsumme im Dreieck beträgt stets 180°. Also gilt $\delta = 180° - 2\gamma = 180° - 2 \cdot 41° = 98°$.

Nun können wir auch im Dreieck ADC den dritten Winkel ε berechnen. Mit der Formel für die Winkelsumme: $\varepsilon = 180° - \beta - \delta = 180° - 57° - 98° = 25°$.

Schliesslich bemerken wir, dass CD den Winkel α halbiert. Die Dreiecke ACD und ECD sind nämlich deckungsgleich (kongruent), da sie in den drei Seiten übereinstimmen. Deshalb stimmen auch ihre Winkel überein. Also gilt $\alpha = 2 \cdot 25° = 50°$.

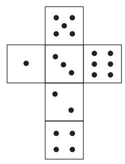
---

6. Der Lastwagen legt in der Stunde $80\,\text{km}$ zurück und der Personenwagen $120\,\text{km}$. Zusammen macht das $200\,\text{km}$ in der Stunde. Sie legen damit zusammen die Strecke von $150\,\text{km}$ in $3/4$ Stunden zurück und treffen sich nach dieser Zeit.

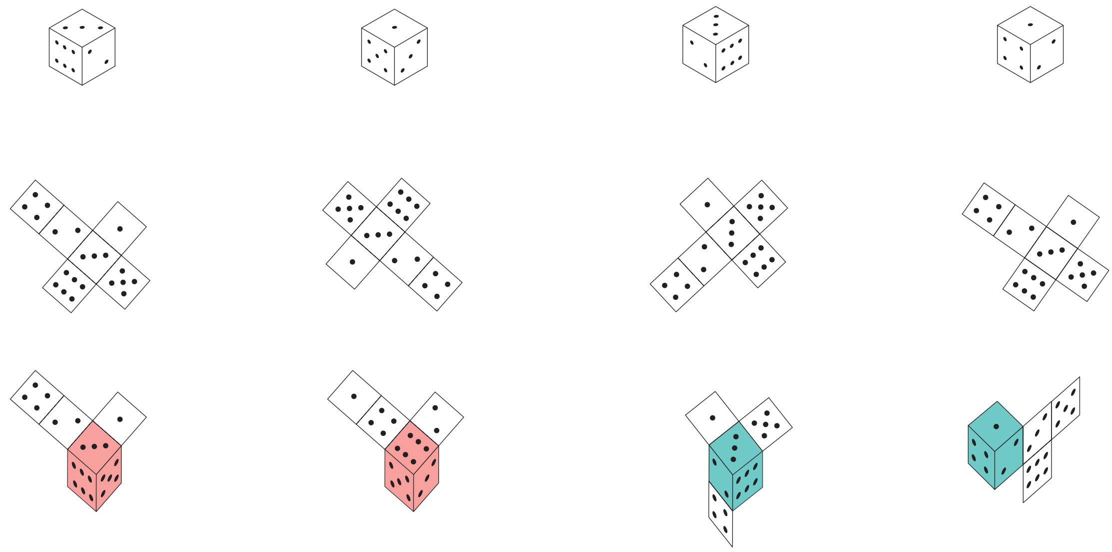
Kontrolle: Der Lastwagen legt in $3/4$ Stunden $3/4 \cdot 80 = 60\,\text{km}$ zurück, der Personenwagen $3/4 \cdot 120 = 90\,\text{km}$. Das ergibt zusammen $150\,\text{km}$.

Damit treffen sich die Fahrzeuge nach $3/4$ Stunden $60\,\text{km}$ vom Startpunkt des Lastwagens entfernt

7. Wir versuchen das Netz so zu drehen und zusammenzufalten, bis es mit den drei sichtbaren Seitenflächen des Würfels übereinstimmt:



A B C D



Übereinstimmende Seitenflächen sind grün gezeichnet, nicht übereinstimmende rot. Die Würfel C und D passen also zum Netz.

8. Wenn der Spieler beim ersten Spiel nicht gewinnt, verliert er seinen Einsatz von 1.–. Wenn er beim zweiten Spiel nicht gewinnt, verliert er nochmals 2.–. Damit hat er total 3.– verloren. Macht er so weiter, erhalten wir folgende Tabelle:

Spiel Nummer	1	2	3	4	5	6	7
Verlust pro verlorenem Spiel	1	$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$	$2 \cdot 8 = 16$	$2 \cdot 16 = 32$	$2 \cdot 32 = 64$
Verlust total	1	$1 + 2 = 3$	$3 + 4 = 7$	$7 + 8 = 15$	$15 + 16 = 31$	$31 + 32 = 63$	$63 + 64 = 127$

Für den Verlust beim sechsten Spiel kann er gerade noch bezahlen, den beim siebten Spiel aber nicht mehr. Wenn er also die ersten 6 Spiele verliert, muss er nach Hause gehen.

---

9. Wir bezeichnen die Anzahl Kinder mit x und stellen alle Informationen in einer Tabelle zusammen:

	Kinder	Erwachsene	Zusammen
Anzahl	x	$20-x$	20
Kosten pro Person in sFr.	15	30	–
Kosten total in sFr.	$15x$	$30\cdot(20-x)$	$15x+30(20-x)$ bzw. 540

Für die Gesamtkosten haben wir zwei Angaben:

- Einerseits betragen sie $15x+30(20-x)$ Franken
- und andererseits 540 Franken

Setzen wir die beiden Terme für Gesamtkosten einander gleich, so erhalten wir die Gleichung

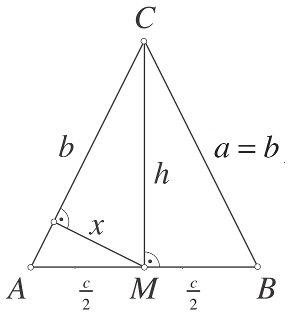
$$15x+30(20-x)=540\,.$$

Diese Gleichung können wir nun lösen:

$$\begin{aligned} 15x+30(20-x)&=540 && \mid\text{Ausmultiplizieren}\\ 15x+600-30x&=540 && \mid\text{Vereinfachen}\\ -15x+600&=540 && \mid -600\\ -15x&=-60 && \mid :(-15)\\ x&=4 \end{aligned}$$

Damit ist die Frage beantwortet: Es nehmen 4 Kinder am Ausflug teil.

10. Wir beschriften die Figur vollständig:



Zu Beginn haben wir nur vom Dreieck *ABC* genügend Angaben: Es ist gleichschenklig, hat eine Basis der Länge $6\,\text{cm}$ und einen Flächeninhalt von $12\,\text{cm}^2$. Wir beginnen deshalb mit diesem Dreieck und berechnen seine Höhe $h = MC$:

$$F_{ABC} = \frac{1}{2} c \cdot h$$

$$12 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot h$$

$$h = 4.$$

Nun haben wir auch vom linken Teildreieck *AMC* genügend Angaben: Es ist rechtwinklig und die Katheten haben die Länge $h = 4\,\text{cm}$ und $\frac{c}{2} = 3\,\text{cm}$. Wir können deshalb mit Hilfe des Satzes von Pythagoras die Hypotenuse $b = AC$ berechnen:

$$b^2 = \left(\tfrac{c}{2}\right)^2 + h^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \;\Rightarrow\; b = 5\ .$$

Zum Schluss gelingt es uns, den Flächeninhalt von *AMC* auf zwei verschiedene Arten zu berechnen:

- $F_{AMC} = \frac{1}{2} F_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$
- $F_{AMC} = \frac{1}{2} b \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x$

Vergleichen wir die beiden Ergebnisse, so bekommen wir

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x = 6$$

und damit

$$x = \frac{12}{5} = 2.4\ .$$

Die Strecke x misst damit $2.4\,\text{cm}$.

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Aufnahmeprüfung 2008 Mathematik 2.Teil Lösungen

1.

$$\frac{3x}{8} - \frac{5x-2}{10} = \frac{7}{20} \qquad |\cdot 40$$

$$5\cdot 3x - 4\cdot(5x - 2) = 2\cdot 7$$

$$15x - 20x + 8 = 14$$

$$-5x = 6$$

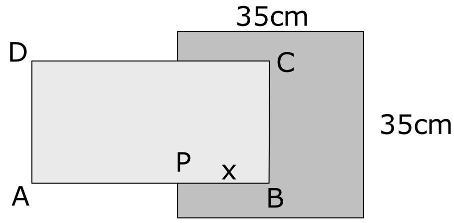
$$x = \frac{-6}{5} = -1.2$$

2. Rechteck: $40\cdot 20 = 800\text{cm}^2$

Sichtbare Teil des Quadrates: $35^2 - 20\cdot x = 1225 - 20x$

$\Rightarrow 1225 - 20x = 800$

$x = 21.25\text{cm}$



3. a) ggT(1904, 2184, 1792)

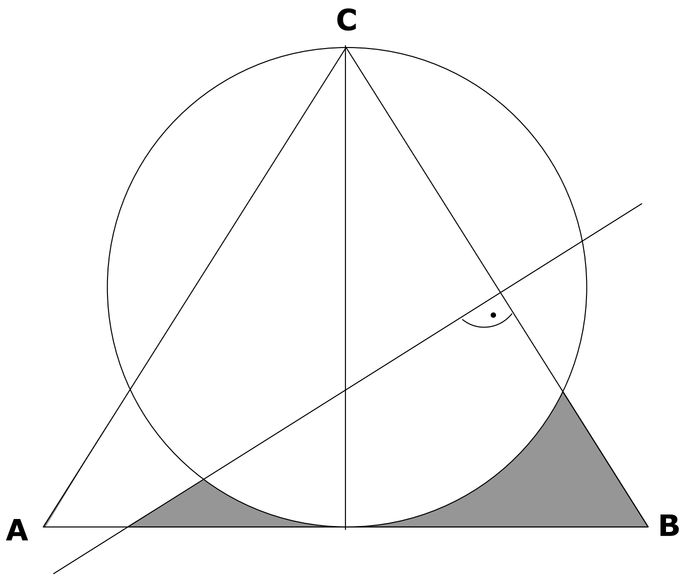
$1904 = 2^4\cdot 7\cdot 17$

$2184 = 2^3\cdot 3\cdot 7\cdot 13$ ggT: $2^3\cdot 7 = 56$ Säcke

$1792 = 2^8\cdot 7$

b) 5880 Säcke **:** 56 Säcke/Fahrt = 105 Fahrten

4.



5. $x - \frac{2}{15}x - (\frac{2}{15}x + 22.70) - 400 = 71.20$

$\frac{11}{15}x - 422.70 = 71.20$

$\frac{11}{15}x = 493.90$

$x = 673.50$ Franken

6. Höhe der Trinkpackung: $h = \frac{350}{5 \cdot 4} = 17.5\text{cm}$

Mindestlänge $\ell = \sqrt{4^2 + 3^2 + 17.5^2} + 2 = 18.2 + 2 = 20.2\text{cm}$

7. 3 Std 44 Min sind 224 Minuten
4 Std 40 Min sind 280 Minuten

v: Durchschnittsgeschwindigkeit ohne Pausen in km/h

$s = v \cdot t = v \cdot \frac{224}{60} = (v - 4.5) \cdot \frac{280}{60}$

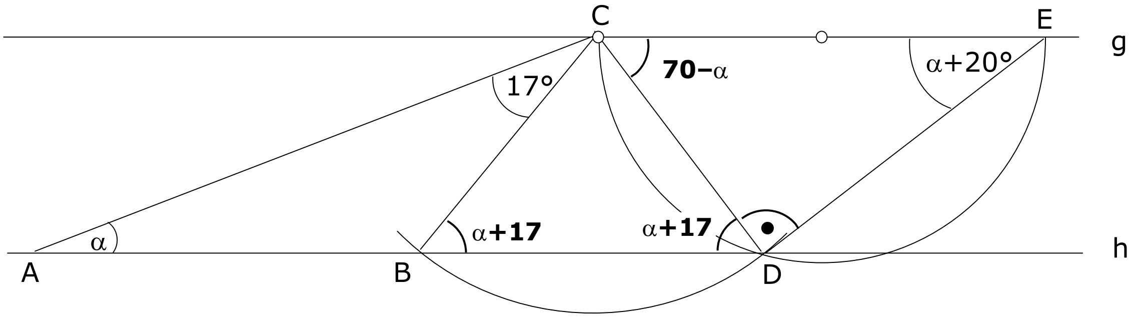
$224v = 280v - 1260$

$v = 22.5$ km/h

$s = 84$ km

Oder: Wie schnell ist Lisa tatsächlich unterwegs ? Ihre Durchschnittsgeschwindigkeit ist um 4.5km/h geringer als der Computer anzeigt. Dann ist sie nach 3 Stunden 44 Minuten noch $4.5 \cdot \frac{224}{60} = 16.8$km vom Ziel entfernt. Diese Strecke legt sie in den restlichen 56 Minuten zurück. Dazu muss sie mit 18km/h fahren und so schnell fährt Lisa tatsächlich. Der Velocomputer zeigt also eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 22.5km/h an.

8.



Thaleskreis über CE $\Rightarrow$ rechter Winkel in D

$70 - \alpha = \alpha + 17$ (Wechselwinkel an Parallelen)

$\Rightarrow \alpha = 26.5°$

9. a) Der längere der beiden Züge hat 3 Tankwagen, sowie 2 Rungenwagen mehr und ist 64.8m länger.

$\Rightarrow$ 3 Tankwagen + 2 Rungenwagen sind 64.8m lang.

Da 3 Tankwagen gleich lang sind wie 2 Rungenwagen:

$\Rightarrow$ 4 Rungenwagen sind 64.8m lang.

$\Rightarrow$ 1 Rungenwagen ist 16.2m lang und 1 Tankwagen ist 10.8m lang.

b) Die Lok ist $69.7\text{m} - 2 \cdot 16.2\text{m} - 2 \cdot 10.8\text{m} = 15.7\text{m}$ lang.

10. Volumen des Körpers: $10 \cdot 10 \cdot 6 + 5^3 = 725\text{cm}^3$

$72.5\text{cm}^3 : 25\text{cm}^2 = 2.9\text{cm}$ ragen aus dem Wasser.

Der Wasserspiegel muss mit Körper auf 9.1cm steigen.

Das Wasser und der Teil des Körpers unter Wasser füllen ein Volumen von $12 \cdot 12 \cdot 9.1 = 1310.4\text{cm}^3$ aus.

Dabei macht das Wasser $1310.4 - \frac{9}{10} \cdot 725 = 657.9\text{cm}^3$ aus.

Also muss zu Beginn der Wasserspiegel

$x = 657.9\text{cm}^3 : 144\text{cm}^2 = 4.56875 \approx 4.57\text{cm}$ hoch sein.